17

विद्युत धारा

अपने दैनिक जीवन में विभिन्न गतिविधियों के लिए हम विद्युत का प्रयोग करते हैं। विद्युत बल्ब तथा ट्यूब-लाइट से हमारे घरों में रोशनी होती है। हम टेप रिकॉर्डर या रेडियो पर संगीत सुनते हैं। टेलीविजन पर विभिन्न कार्यक्रम देखते हैं। बिजली के पंखे और कूलर की ठंडी हवा का आनंद लेते हैं। विद्युत पंपों को खेत की सिंचाई के लिए प्रयोग करते हैं। वास्तव में विद्युत मानव को विज्ञान की एक अद्वितीय देन है। हम आधुनिक संसार में विद्युत के बिना जीवन की कल्पना नहीं कर सकते। घर में हमने देखा होगा कि स्विच ऑन करते ही विद्युत बल्ब चमकने लगता है। ऐसा कैसे होता है? स्विच का कार्य क्या है?

इस माड्यूल के पूर्ववर्ती अध्यायों में आपने स्थिर विद्युत आवेश और उनके प्रभावों के बारे में पढ़ा। विद्युत आवेश संधारित्रों में संग्रहीत होता है। इस अध्याय में आप गतिशील आवेशों के बारे में पढ़ेंगे। आप यह भी जानेंगे कि किसी चालक के गुजरनते हुए आवेश का प्रवाह इस पर लगे विभवान्तर पर निर्भर करता है। आप परिपथों में धारा वितरण एवं इनके निर्धारक नियमों के बारे में भी अध्ययन करेंगे। प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों के विषय में प्रारंभिक जानकारी भी आपकी इस पाठ में प्राप्त होगी।

भौतिकी एक प्रायोगिक विज्ञान है और प्रकृति के नियमों के अनावरण में इसने जो प्रगति की है वह सिद्धान्तों के सत्यापन अथवा प्रायोगिक परिणामों को पुनः प्राप्त करने की हमारी क्षमता के कारण संभव हो पाई है। इसी से उपकरणों एवं तकनीकों में सतत सुधार संभव हो पाए हैं। इस पाठ में आप विभवमापी के बारे में भी जानेंगे जो एक अत्यन्त बहुउपयोगी यन्त्र है। इस का उपयोग संतुलन विधि द्वारा प्रतिरोध एवं emf मापन के लिए किया जा सकता है।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप–

- ओम के नियम का कथन कर सकेंगे और ओमी और अन-ओमी प्रतिरोधों में अंतर कर पाएंगे;

- प्रतिरोधों के श्रेणी और समान्तर क्रम में संयोजनों के लिए तुल्य प्रतिरोध का मान प्राप्त कर सकेंगे;
- प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों में भेद कर सकेंगे;
- वर्ण कोड के आधार पर प्रतिरोध का मान ज्ञात कर सकेंगे;
- किरखौफ के नियमों को बंद विद्युत परिपथों के लिए प्रयोग कर सकेंगे;
- अज्ञात प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए ह्वीटस्टोन सेतु समीकरण प्रयोग कर सकेंगे; तथा
- विभवमापी के सिद्धांत की व्याख्या कर सकेंगे और इसे विद्युत वाहक बल और सेल के आंतरिक प्रतिरोध के मापन में प्रयोग कर सकेंगे।

मुक्त एवं बद्ध इलेक्ट्रॉन

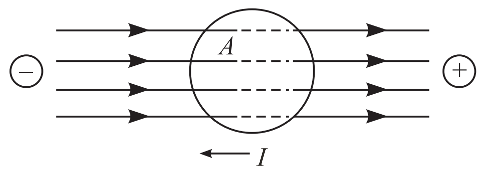
एक परमाणु विद्युतीय रूप से उदासीन होता है। इसमें जितने ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर घूमते हैं उतने ही घनावेशित प्रोटोन इसके नाभिक में उपस्थित रहते हैं। इलेक्ट्रॉन नाभिक के साथ कूलॉम बल के कारण बंधे रहते हैं और इसके चारों ओर बंद कक्षाओं में चक्कर लगाते हैं।

इलेक्ट्रॉन नाभिक से जितना अधिक दूर होगा उसे नाभिक से बांधे रखने वाला बल उतना ही क्षीण होगा। अतः बाह्यतम कक्ष में इलेक्ट्रॉन बहुत ही क्षीण बल द्वारा नाभिक के साथ बंधे रहते हैं। इनको संयोजक इलेक्ट्रॉन कहते हैं। धात्विक ठोसों में संयोजक इलेक्ट्रॉन एक निम्न विभावान्तर लगाने पर गति के लिए स्वतंत्र हो जाते हैं।

17.1 विद्युत धारा

आप पूर्ववर्ती अध्याय में पढ़ चुके हैं कि जब किसी चालक पर विभवान्तर लगाया जाता है तो चालक में एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन क्षेत्र की दिशा के विपरीत गति करते हैं। इससे विद्युत धारा बनती है। *धनावेश के चलने की दिशा को धारा की दिशा* मानने की परिपाटी है। इलेक्ट्रॉन विपरीत दिशा में गति करते हैं। धारा की परिशुद्ध व्याख्या करने के लिए हम मानते हैं कि आवेश A क्षेत्रफल की सतह के लंबवत गति करते हैं, जैसा कि चित्र 17.1 में दर्शाया गया है। किसी पृष्ठ क्षेत्रफल से प्रवाह की दिशा के लंबवत आवेश प्रवाह की दर को धारा कहते हैं। यदि Δt समय मे Δq आवेश प्रवाहित होता है तो औसत धारा निम्न प्रकार से परिभाषित की जाती है।

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (17.1)$$



चित्र. 17.1 : एक चालक के क्षेत्रफल A से आवेशों की गति। परिपार्टी के अनुसार, घनावेशों के चलने की दिशा को विद्युत धारा की दिशा माना जाता है, इलेक्ट्रान इसके विपरीत दिशा में गति करते हैं

यदि आवेशों के प्रवाह की दर समय के साथ बदलती है तो धारा भी समय के साथ बदलती है। तात्क्षणिक धारा निम्न प्रकार से व्यक्त की जाती है:

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{17.2}$$

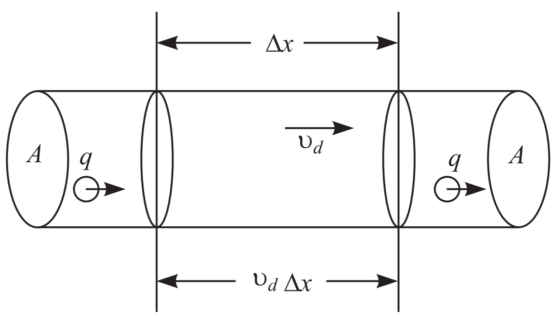
एक चालक से गुजरने वाली धारा, धारा की दिशा के लंबवत रखी सतह से गुजरने वाले आवेश प्रवाह की दर है।

धारा का SI मात्रक एम्पीयर है। इसका संकेत A है,

$$1 \text{ एम्पीयर} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ सेकेन्ड}} \tag{17.3}$$

विद्युत धारा के छोटे मात्रक मिली एम्पीयर, $mA = 10^{-3}A$, तथा माइक्रो एम्पीयर, $1\ \mu A = 10^{-6}A$, हैं। धारा ऋणावेशों (इलेक्ट्रॉनों) के प्रवाह के कारण हो सकती है जैसे कि धातुओं में, यह धनात्मक आवेशों (प्रोटॉनों)के प्रवाह के कारण भी हो सकती है जैसे प्रोटॉन त्वरकों में। एक अर्धचालक में इलेक्ट्रान और होल्स का प्रवाह धारा का सृजन करता है। होल्स क्रिस्टल में इलेक्ट्रॉनों की रिक्तियाँ हैं, इन्हें धनावेशित माना जाता है। इनमें इलेक्ट्रॉन के बराबर ही आवेश होता है। आप इनके बारे में बाद में पढ़ेंगे।

हम एक A अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले बेलन की कल्पना करते हैं जैसा कि चित्र 17.2 में दर्शाया गया है।



चित्र. 17.2 : आवेश A क्षेत्रफल से v_d चाल से गुजरते हैं ।Δx लंबाई में आवेशों की संख्या $nA\, v_d\, \Delta t$ है।

Δx लंबाई के लिए आयतन का अंश $A\Delta x$ है। अब यदि प्रति इकाई आयतन n हो तो इस आयतन अंश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या $nA\Delta x$ होगी। इस आयतन में कुल आवेश $\Delta q = nA\Delta xe$ *जहां* e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। यदि इलेक्ट्रॉन आरोपित विभवान्तर के कारण v_d चाल से अपवाह करें तो Δt समय में तय की गयी दूरी $\Delta x = v_d\, \Delta t$ । Δx के इस मान को Δq के व्यंजक में प्रतिस्थापित करने पर

$$\Delta q = nAe\, v_d\, \Delta t$$

अत:

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = I = nAev_d \tag{17.4}$$

17.2 ओम का नियम

1828, में ओम ने किसी चालक के सिरों के बीच लगाए गए विभावान्तर एवं चालक में उत्पन्न धारा के संबंध का अध्ययन किया। उन्होंने इस संबंध को एक नियम का रुप दिया जिसे ओम का नियम कहते है।

जॉर्ज साइमन ओम
(1787–1854)

जर्मन भैतिक शास्त्री, जार्ज साइमन ओम अपने नियम के लिए प्रसिद्ध हैं। उन्होंने तापीय और विद्युत प्रवाह के बीच सादृश्यता मानकर इस नियम को स्थापित किया। उन्होंने साइरन का सिद्धांत, क्रिस्टलों में ध्ुवित प्रकाश के व्यतिकरण के क्षेत्र में भी महत्वपूर्ण योगदान दिया। प्रतिरोध का मात्रक ओम उनके नाम से जाना जाता है।

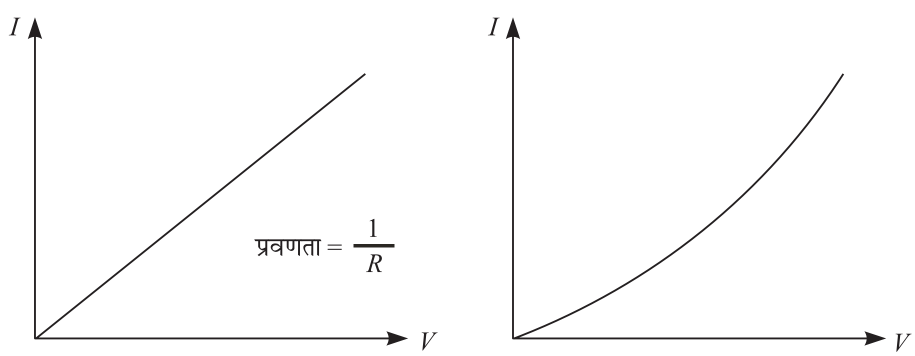
इस नियम के अनुसार किसी चालक से गुजरने वाली विद्युत धारा उस चालक के सिरों के बीच लगाए गए विभवान्तर की अनुक्रमानुपाती होती है बशर्ते कि भौतिक स्थितियों ताप व दाब अपरिवर्तित रहें। यदि V लगाया गया विभावान्तर व I प्रवाहित होने वाली धारा हो तो ओम के नियमानुसार

$$V \propto I$$

या
$$V = RI$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V}{I} = R \qquad (17.5)$$

जहां पर आनुपातिकता स्थिरांक R चालक की प्रतिरोध निरूपित करता है। प्रतिरोध किसी चालक का वह गुण है जो इससे गुजरने वाली विद्युत धारा का विरोध करता है। धात्विक चालक के लिए V-I ग्राफ एक सीधी रेखा है, चित्र 17.3 (a)।



चित्र. 17.3 : a) ओमीय युक्ति के लिए V-I ग्राफ b) डायोड के लिए V-1 ग्राफ। डायोड ओम के नियम का पालन नहीं करते।

प्रतिरोध की SI इकाई ओम है। इसे Ω (ओमेगा) संकेत से दर्शाया जाता है।

1 ओम = 1 वोल्ट/1 एम्पीयर

अधिकांश धातुएं ओम के नियम का पालन करती हैं। प्रतिरोधक जो ओम के नियम का पालन नहीं करते उन्हें अन्–ओमीय कहा जाता है। निर्वात डायोड, अर्धचालक डायोड, ट्रॉजिस्टर्स ऐसी अन्–ओमीय युक्तियों (उपकरणों) के उदाहरण हैं। अर्धचालक डायोड के लिए वोल्टेज की कम मात्राओं के लिए भी ओम का नियम लागू नहीं होता। चित्र 17.3(b) एक अर्धचालक उपकरण के लिए *V-I* ग्राफ दर्शाता है।

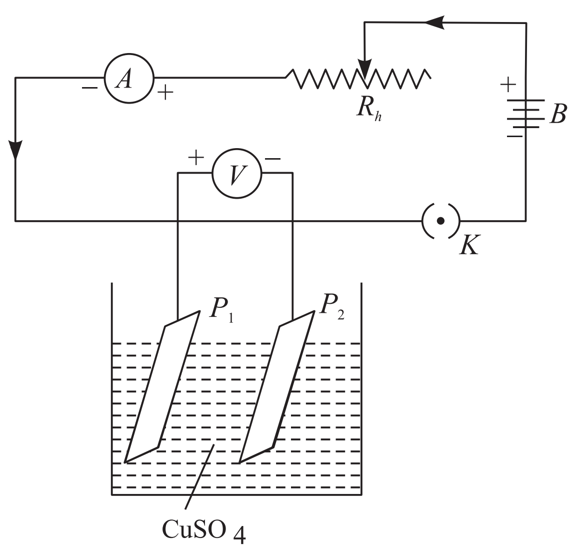
क्रियाकलाप 17.1

उद्देश्य : एक विद्युत अपघट्य से गुजरने वाली विद्युत के चालन का अध्ययन करना।

आवश्यक सामग्री – अमीटर, वोल्टमीटर, कॉपर सल्फेट विलयन युक्त जार, दो तांबे की पट्टियाँ, एक बैटरी, प्लग कुंजी, जोड़ने वाली तार व धारा नियंत्रक (रिहोस्टेट)

कैसे आरम्भ करें:

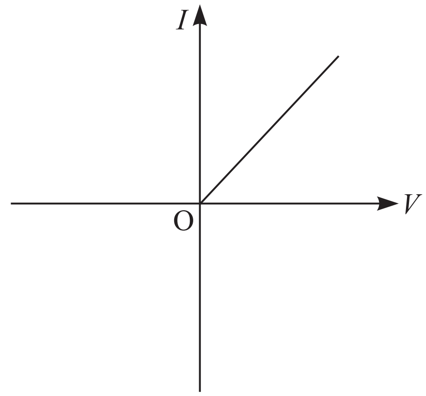
1. चित्र 17.4 की भांति उपकरण व्यवस्थित करें।
2. खुली कुंजी (ऑफ) की स्थिति में अमीटर और वोल्टमीटर के पाठयांक लें।
3. कुंजी को चालू करें (बंद करें) और पुन: V व I के पाठ्यांक लें।
4. धारा नियंत्रक के सर्पी संपर्क की सहायता से अमीटर के पाठ्यांक को बदलें और वोल्टीमीटर के संगत पाठ्यांक लें।
5. इस क्रिया को 4-5 बार दोहरायें और अमीटर व वोल्टमीटर के पाठ्यांक लें तथा प्लेटों P_1 और P_2, के बीच की (a) दूरी बदलकर (b) विलयन में डूबे प्लेटों के क्षेत्रफल को बदलकर और (c) विद्युत अपघट्य की सांद्रता बदलकर प्रयोग की पुनरावृत्ति करें।
6. प्रत्येक स्थिति के लिए *I–V* ग्राफ खींचिए।



चित्र. 17.4 : एक विद्युत अपघट्य के कारण विद्युत चालन

आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

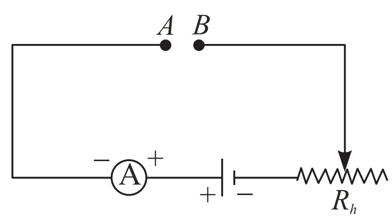
- $I–V$ ग्राफ मूल बिन्दु से गुजरती हुई एक सीधी रेखा है जिसका तात्पर्य यह है कि आयनीकृत विलयन ओमीय प्रतिरोधक की भांति कार्य करता है।
- ग्राफ की प्रवणता प्लेटों के मध्य स्थित विद्युत अपघट्य विलयन के आयतन पर निर्भर करती है और इसके परिवर्तन के साथ तेजी से बदलती है। इसका आशय यह हुआ कि एक विद्युत अपघट्य का प्रतिरोधन केवल इसकी प्रकृति पर निर्भर करता है वरन् इलेक्ट्रोडों के क्षेत्रफल और उनके बीच की दूरी पर भी निर्भर करता है।



चित्र. 17.5 : *आयनित विलयन के लिए I–V ग्राफ*

17.2.1 प्रतिरोध तथा प्रतिरोधकता

अब हम उन कारकों का अध्ययन करते हैं जो एक चालक के प्रतिरोध को प्रभावित करते है। आप दो सरल प्रयोग कर सकते हैं। इन प्रयोगों को करने के लिए चित्र 17.6 की भांति एक परिपथ बनाएं।



चित्र 17.6 : एक चालक के प्रतिरोध को प्रभावित करने वाले कारकों के अध्ययन के लिए विद्युत परिपथ

क्रियाकलाप 17.2

एक समान अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाला एक लम्बा तार लेकर इसमें से l_1, l_2, l_3, आदि लंबाइयों के टुकड़े काटकर उन्हें A व B के बीच संयोजित करें और प्रत्येक लंबाई के लिए विद्युत धारा की माप लें। तदुपरांत I और I/l के बीच ग्राफ खींचे। आप पाएंगे कि ग्राफ एक सरल रेखा के रूप में प्राप्त होता है। लंबे तार अपने में से कम धारा को प्रवाहित होने देते हैं। आप यह कह सकते हैं कि लंबे तार अपेक्षाकृत अधिक प्रतिरोध आरोपित करते हैं चित्र 17.7 (a)। गणितीय रूप से

$$R \propto l \qquad (17.6)$$

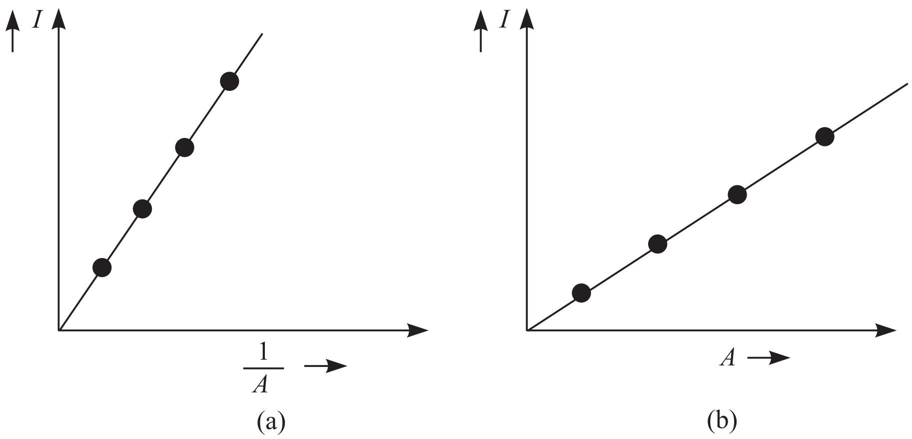


Fig. 17.7 : a) *I* और 1/*l* के बीच ग्राफ एक सरल रेखा है। बड़े तार अपने से होकर कम धारा को प्रवाहित होने देते हैं b) धारा व अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के बीच ग्राफ प्रदर्शित करता है कि बड़े क्षेत्रफल से ज्यादा धारा प्रवाहित होती है।

क्रियाकलाप 17.3

एक ही पदार्थ व समान लंबाई के भिन्न-भिन्न अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1, A_2, A_3 आदि के तार लें। तारों को A और B के बीच संयोजित करें और प्रत्येक के संगत विद्युत धारा का मापन करें। फिर I और A के बीच ग्राफ खींचें। यह एक सीधी रेखा के रूप में मिलता है। बड़े अनुप्रस्थ काट के तार अपने से होकर अधिक धारा प्रवाहित होने देते हैं। अत: आप कह सकते है कि अधिक अनुप्रस्थ काट वाले तार कम प्रतिरोध उत्पन्न करते हैं। चित्र 17.4 *(b)*। गणितीय रुप से हम लिख सकते हैं कि

$$R \propto \frac{1}{A} \tag{17.7}$$

समी. (17.6) व (17.7) को संयोजित करने पर

$$R \propto \frac{\ell}{A}$$

या

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \tag{17.8}$$

जहां पर एक नियत ताप पर किसी पदार्थ के लिए ρ का मान नियत है। इसे पदार्थ का *विशिष्ट प्रतिरोध* या *प्रतिरोधकता* कहते हैं। पदों को पुर्नव्यवस्थित करने पर हम लिख सकते हैं

$$\rho = \frac{RA}{\ell} \tag{17.9}$$

यदि $\ell = 1\text{m}$ और $A = 1\text{m}^2$, तब $\rho = R$ ओममीटर। अत: किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता उस पदार्थ के एक मीटर लंबे व एक वर्ग मीटर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तार द्वारा लगाया गया प्रतिरोध है।

प्रतिरोधकता का मात्रक ओम–मीटर (Ωm) है। प्रतिरोधकता का व्युत्क्रम **चालकता** कहलाता है:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad (17.10)$$

चालकता का मात्रक Sm^{-1} है।

प्रतिरोधकता पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है लेकिन इसकी विभाओं का इस पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता जबकि चालक का प्रतिरोध इसकी विमाओं और पदार्थ की प्रकृति दोनों पर निर्भर करता है। अब आप निम्न उदाहरणों का ध्यानपूर्वक अध्ययन करें।

उदाहरण 17.1 : हमारे घरों में विद्युत धारा 220V पर भेजी जाती है। एक बल्ब का प्रतिरोध ज्ञात करें यदि धारा का मान 0.2A है।

हल :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220 \text{ वोल्ट}}{0.2 \text{ एम्पीयर}} . = 1100\ \Omega$$

उदाहरण 17.2 : एक चालक तार की अनुप्रस्थ काट से प्रति सेकंड 6.0×10^{16} इलेक्ट्रॉन गुजरते हैं। तार की विद्युत धारा का मान ज्ञात करें।

हल : एक अनुप्रस्थ काट से प्रति सेकंड गुजरने वाला आवेश

$\Delta Q = ne = 6.0 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19}$ C $= 9.6 \times 10^{-3}$C

$$\therefore \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{9.6 \times 10^{-3}\text{C}}{1\text{s}}$$
$$= 9.6 \times 10^{-3} \text{ A}$$
$$= 9.6 \text{ mA}$$

उदाहरण 17.3 : दो तांबे के तारों A और B की लंबाई समान है। A का व्यास B के व्यास का दो गुना है। उनके प्रतिरोधों की तुलना करें।

हल :

$$R_A = \rho \frac{\ell}{\pi r_A^2} \quad \text{और} \quad R_B = \rho \frac{\ell}{\pi r_B^2}$$

$$\therefore \quad \frac{R_A}{R_B} = \frac{r_B^2}{r_A^2}$$

चूँकि A का व्यास $= 2 \times B$ *का व्यास या* $r_A = 2r_B$। अत:

B का प्रतिरोध A के प्रतिरोध का 4 गुना है।

उदाहरण 17.4 : एक चालक तार की लंबाई 60.0 m और इसकी त्रिज्या 0.5 सेन्टीमीटर है। इसके सिरों के बीच 5.0 वोल्ट विभवान्तर 2.5 अम्पीयर की धारा उत्पन्न करता है। तार के पदार्थ की प्रतिरोधकता ज्ञात करें।

हल : $$R = \frac{V}{I} = \frac{5.0\,V}{2.5\,A} = 2.0\ \Omega$$

तार की त्रिज्या = 0.5 cm = 5.0×10^{-3} m

अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $A = \pi R^2 = 3.14 \times (5.0 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 78.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

$$\therefore \qquad \rho = \frac{2.0 \times 78.5 \times 10^{-6}\ \Omega\text{m}^2}{60.0\text{ m}} = 2.6 \times 10^{-6}\ \Omega\text{m}$$

पाठगत प्रश्न 17.1

1. (a) एक तांबे के तार में एक सेल की सहायता से I धारा स्थापित की जाती है। यदि तार की लंबाई को दो गुना कर दी जाए तो धारा का मान क्या होगा?

   (b) यदि तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल आधा कर दिया जाए तो धारा का मान क्या होगा?

2. एक l लंबाई व A अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के तार की प्रतिरोधकता $2 \times 10^{-8}\Omega$m. है। इसी पदार्थ के $2l$ लंबाई व $2A$ अनुप्रस्थ कार के क्षेत्रफल वाले तार के लिए प्रतिरोधकता का मान क्या होगा?

3. 3m लंबाई और 2cm^2 अनुप्रस्थ काट के तार के सिरों पर 8 V का विभावान्तर लगाने पर 0-15 A धारा प्राप्त होती है। तार का प्रतिरोध व प्रतिरोधकता ज्ञात करें।

4. क्या सभी चालक ओम के नियम का पालन करते हैं? अपने उत्तर के पक्ष में उदाहरण दें।

5. एक चालक तार की अनुप्रस्थ काट से प्रति सेंकड 5×10^{17} इलेक्ट्रॉन बाएं से दाएं की ओर प्रवाहित हो रहे हैं। धारा का मान व दिशा ज्ञात करें।

17.3 प्रतिरोधकों का संयोजन

एक विद्युत परिपथ में अनेक उपकरण साथ जुड़े होते हैं। जैसे बैटरियां, प्रतिरोधक, संधारित्र, प्रेरक, डायोड, ट्रॉजिस्टर आदि। इनको परिपथ अवयव कहते है। ये अवयव अकेले या संयोजन में अनेक कार्य करने के साथ-साथ परिपथ में धारा को नियंत्रित करते हैं। इन्हें प्रतिरोधक ओर प्रतिघाती इन दो घटकों में वर्गीकृत किया जाता है। सर्वाधिक सामान्य प्रतिरोधक घटक प्रतिरोध, कुंजियां, धारा नियंत्रक, प्रतिरोध कुंडलियां, प्रतिरोध बक्स तथा संयोजक तार होते हैं। प्रतिघाती घटकों में संधारित्र, प्रेरक तथा ट्रांफार्मर सम्मिलित होते हैं। पिछले अध्याय में आपने सीखा कि किस तरह संधारित्रों का संयोजन आवेश व वोल्टेज नियंत्रित करने में प्रयोग किया जा सकता है। अब हम धारा व वोल्टेज नियंत्रण में प्रतिरोधकों के संयोजन पर चर्चा करते हैं। प्रतिरोध कों के दो प्रकार के संयोजन सामान्य उपयोग में लाए जाते हैं: श्रेणी संयोजन व सामान्तर संयोजन। हम एक संयोजन के तुल्य प्रतिरोध को उस एकल प्रतिरोध से परिभाषित करते हैं जो कि अपने सिरों पर समान विभावान्तर लगाने पर दिए गए संयोजन के बराबर ही धारा प्रवाहित होने दे।

17.3.1 श्रेणी संयोजन

आप कई प्रतिरोधकों को श्रेणी क्रम में एक दूसरे के साथ इस प्रकार जोड़ सकते हैं जिससे कि उनमें समान धारा प्रवाहित हो। चित्र 17.8 में दो प्रतिरोधकों R_1 और R_2 को श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है। इस संयोजन के सिरों को एक बैटरी के A व D पर जोड़ दिया गया है। मान लें कि V वोल्ट की बैटरी से जोड़े जाने पर इस श्रेणी संयोजन से I धारा प्रवाहित होती है। तब R_1 और R_2 के सिरों में V_1 व V_2 विभान्तर पैदा हो जाते हैं।

तब $V_1 = IR_1$ और $V_2 = IR_2$। लेकिन V_1 व V_2 का योग V के बराबर है अर्थात्

$$\Rightarrow \qquad V = V_1 + V_2 = I R_1 + I R_2$$

यदि श्रेणी संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R हो तो

$$V = IR = I(R_1 + R_2)$$

या

$$R = R_1 + R_2$$

यह विन्यास बहुत से प्रतिरोधकों के लिए भी बनाया जा सकता है। उस स्थिति में

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \cdots \qquad (17.11)$$

अर्थात श्रेणीक्रम में प्रतिरोधकों का तुल्य प्रतिरोध उनके एकल प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।

यदि हम किसी प्रतिरोधक (जैसे विद्युत बल्ब) के सिरों पर नियत वोल्टेज के स्रोत से कम मान की वोल्टेज लगाना चाहें तो हमें इसके श्रेणी क्रम में एक दूसरा प्रतिरोधक (बल्ब) जोड़ना पड़ेगा।

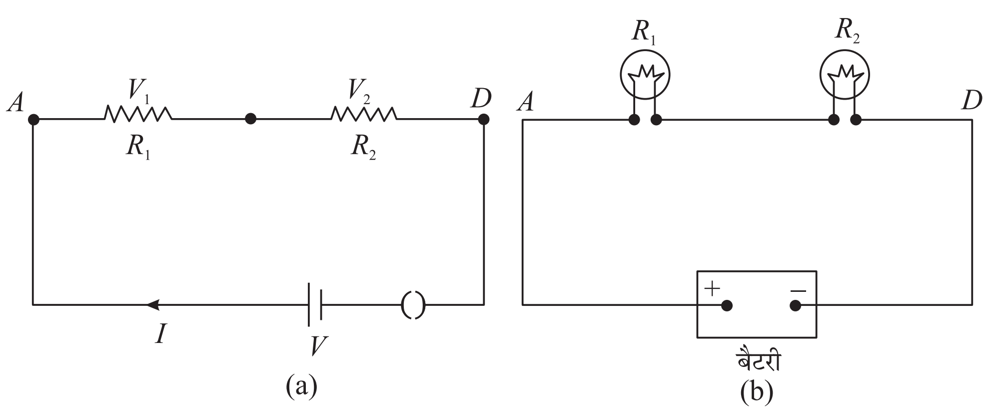
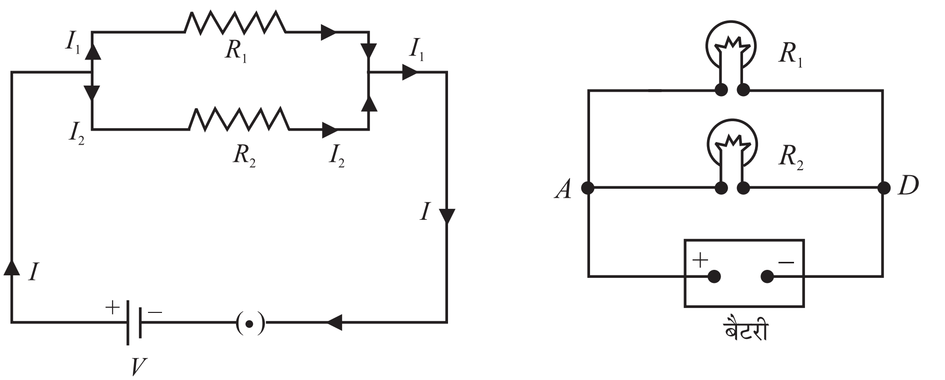


Fig. 17.8 : (a) बैटरी के साथ श्रेणी क्रम में जुड़े दो प्रतिरोधक (b) श्रेणी क्रम में जुड़े दो बल्बों (लैंपों) को एक दिष्ट स्रोत के साथ जोड़ा गया है।

17.3.2 समान्तर संयोजन

आप प्रधिरोधकों के एक ओर के सिरे साथ जोड़ कर व दूसरी ओर के सिरों को एक साथ जोड़कर उनका समान्तर संयोजन कर सकते हैं? समान्तर संयोजन में सभी प्रतिरोधकों के सिरों के बीच विभवान्तर समान रहता है। चित्र 17.9 R_1 और R_2 प्रतिरोधों के दो प्रतिरोधकों का समांतर संयोजन दर्शाता है। मान लेते हैं कि यह संयोजन V वोल्ट की बैटरी से जोड़ा जाता है और यह स्रोत से I धारा खींचता है। बिन्दु A पर



चित्र. 17.9 : a) समान्तर क्रम से जुड़े दो प्रतिरोधक b) बैटरी के साथ समान्तर क्रम में जुड़े दो लेंपों को दी जाने वाली वोल्टेज समान है।

मुख्य धारा दो भागों में बंट जाती है। माना कि R_1 व R_2 से गुजरने वाली धाराएं क्रमशः I_1 और I_2 हैं। तब $I_1 = V/R_1$ और $I_2 = V/R_2$.

मुख्य धारा I_1 व I_2 का योग है। अतः हम लिख सकते हैं

$$\Rightarrow \qquad I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$\therefore \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad (17.12a)$$

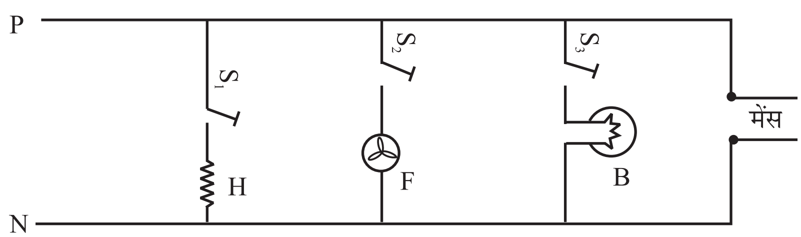
या समीकरण (17.12a) से $\quad R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (17.12b)$

यदि प्रतिरोधकों की संख्या अधिक हो तो संबंध का रूप निम्न प्रकार हो जाता है:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \ldots \qquad (17.13)$$

हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि *समान्तर संयोजन में तुल्य प्रतिरोध* का व्युत्क्रम संयोजन के सभी अवयव प्रतिरोधों के व्युत्क्रमों के योग के बराबर होता है।

ध्यान दें कि समान्तर क्रम में तुल्य प्रतिरोध का मान सबसे कम परिमाण के संयोजित प्रतिरोधक के प्रतिरोध से भी कम होता है। आप इस तथ्य का आसानी से एक सरल विद्युत परिपथ, जिसमें 2 Ω के प्रतिरोधक को 2r की बैटरी से जोड़ दिया गया है, की सहायता से समझ सकते हैं। यह प्रतिरोधक 1 एम्पीयर की धारा खींचता है। जब इसके समांतर क्रम में एक 2Ω का प्रतिरोधक लगा दिया जाता है तो वह भी समय धारा खींचता है। अतः परिपथ का प्रतिरोध आधा हो जाता है। जब हम समान्तर क्रम में प्रतिरोधकों की संख्या में वृद्धि करते हैं तो परिपथ का प्रतिरोध कम होता चला जाता है व ली जाने वाली धारा की मात्रा बढ़ती चली जाती है। हमारे घरों में लेंपों, पंखों, हीटर आदि को समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है और प्रत्येक का अपना अलग स्विच होता है। प्रत्येक के सिरों के बीच का विभवान्तर समान रहता है और उनके कार्य एक दूसरे के कारण प्रभावित नहीं होते हैं। जब हम बल्ब या पंखों का स्विच ऑन करते हैं तो घर के विद्युत परिपथ प्रतिरोध कम होता है और मेन्स से खींची गयी धारा बढ़ती जाती हैं (चित्र 17.10)।

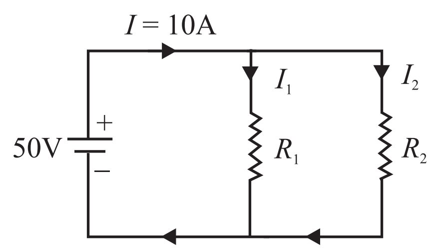


चित्र. 17.10 : घर में उपकरणों का विन्यास ये 220 वाट मेन सप्लाई के साथ समान्तर क्रम में जोड़े गए हैं। मेन सप्लाई से कुल ली गई धारा का मान प्रत्येक उपकरण के द्वारा ली गई धाराओं के योग के बराबर होता है।

उदाहरण 17.5 : चित्र 17.11 में दिखाये गये परिपथ के लिए R_2 व इससे गुजरने वाली धारा I_2 का मान ज्ञात करें।

हल: यदि R_1 व R_2 के समान्तर संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R हो तो

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 R_2}{10 + R_2}$$



चित्र. 17.11 : समान्तर क्रम में प्रतिरोधक

ओम के नियमानुसार

$$R = \frac{50}{10} = 5\Omega$$

$$\therefore \quad \frac{10 R_2}{10 + R_2} = 5 \quad \Rightarrow 10 R_2 = 50 + 5 R_2 \quad \text{or} \quad R_2 = 10\ \Omega$$

क्योंकि धारा R_1 व R_2 के बीच समान मात्रा में बंटती है, अतः $I_2 = 5$A

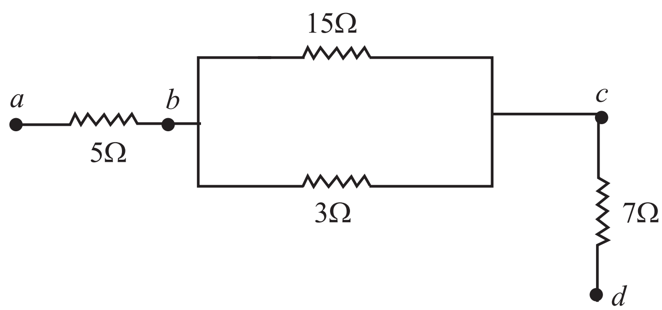
उदाहरण 17.6 : चित्र (17.12) में दर्शाये गए परिपथ के लिए A और B बिन्दुओं के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करें।

हल : 15Ω व 3Ω प्रतिरोधक समान्तर क्रम में लगे हैं। अत: इस संयोजन का तुल्य प्रतिरोध

$$R_1 = \frac{15 \times 3}{15 + 3}\Omega = \frac{45}{18} = \frac{5}{2} = 2.5\Omega$$

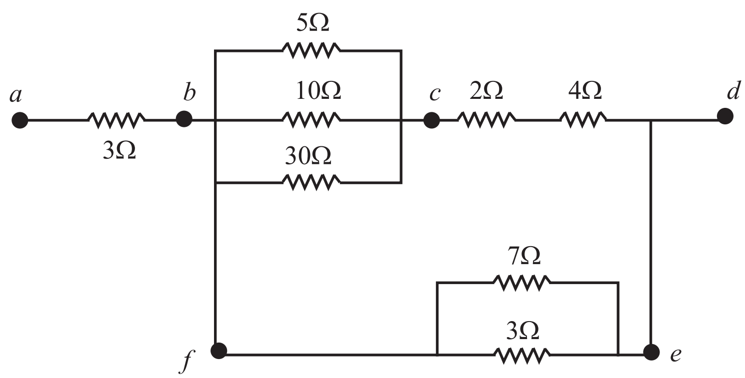
अब हम 5Ω, 2.5Ω व 7Ω के प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में संयोजित मान सकते हैं। अत: कुल प्रतिरोध

$$R = (5 + 2.5 + 7) = 14.5\ \Omega$$



चित्र. 17.12: प्रतिरोधकों के श्रेणी व समान्तर संयोजनों का समूहन

उदाहरण 17.7 : चित्र 17.13 में दर्शाए गए विन्यास के संदर्भ में (i) बिन्दु b व c के बीच तुल्य प्रतिरोध (ii) c व d के बीच तुल्य प्रतिरोध (iii) a व e के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करें।



चित्र. 17.13 : प्रतिरोधकों के श्रेणी व समान्तर संयोजनों का समूहन

हल :

(i) प्रतिरोधक समान्तर क्रम में (5Ω, 10Ω and 30Ω) जुड़े हैं। इसलिए इनका तुल्य प्रतिरोध

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{6+3+1}{30} = \frac{10}{30}\Omega$$

या $$R_1 = 3\ \Omega$$

(ii) 2Ω व 4Ω प्रतिरोध के प्रतिरोधक श्रेणीक्रम में हैं। अतः इनका तुल्य प्रतिरोध

$$R_2 = (2 + 4) = 6\Omega$$

(iii) इसी प्रकार 7Ω व 3Ω प्रतिरोध समान्तर क्रम में हैं

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{3+7}{21} = \frac{10}{21}$$

या
$$R_3 = \frac{21}{10}\Omega = 2.1\ \Omega$$

अब हम R_1 व R_2 को श्रेणीक्रम में मान सकते हैं।

$$R_4 = R_1 + R_2 = (3 + 6) = 9\Omega$$

अब R_4 और R_3 समान्तर क्रम में हैं। अतः तुल्य प्रतिरोध

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{2.1}$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{10}{21} = \frac{37}{63}$$

$$R_5 = \frac{63}{57}\Omega = 1.70\ \Omega$$

(iv) R_5 व 3Ω (a व b के बीच) श्रेणीक्रम में हैं। अतः

$$R = (1.70 + 3) = 4.79\ \Omega$$

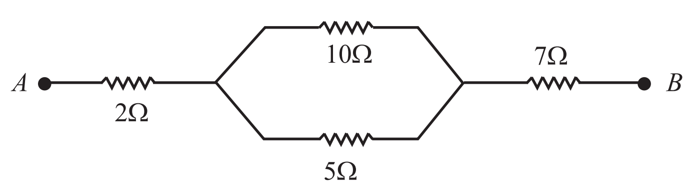
टिप्पणी : सुविधा के लिए प्रत्येक गणना के बाद नए तुल्य परिपथ खींच लेने चाहिएं।

पाठगत प्रश्न 17.2

1. आपके कमरे में दो बल्ब व एक पंखा है। ये श्रेणी क्रम में जुड़े है या समान्तर क्रम में? क्यों?

2. कस्बों में विद्युत आपूर्ति सामान्यतया 220*V* पर होती है। कभी-कभी वोल्टेज 300 V तक बढ़ जाती है जिससे आपके टी.वी. व अन्य जुगतों को हानि पहुँच सकती है। आप अपने उपकरणों को बचाने के लिए क्या सरल सावधानी बरत सकते हैं?

3. *A* व *B* बिंदुओं के बीच तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात करें।



17.4 प्रतिरोधकों के प्रकार

अधिकतर इलेक्ट्रॉनिक या विद्युत परिपथों में धारा नियंत्रण के लिए प्रतिरोधको की आवश्यकता होती है। प्रतिरोधक सामान्यतया दो प्रकार के होते हैं:

- कार्बन प्रतिरोधक और
- तार लिपटे प्रतिरोधक

तार लिपटे प्रतिरोधकों में वांछित प्रतिरोध मान के अनुसार प्रतिरोध तार (मैंगनिन, कौन्स्टेन्टन या नाइक्रोम) की निश्चित लंबाई को अचालक बेलन पर प्रेरणहीन बनाने के लिए दोहरा करके लपेटा जाता है।

कार्बन प्रतिरोधक बनाने के लिए किसी उपयुक्त बंधनकारक युक्त कार्बन को बेलन के रूप में सांचित करते हैं तथा इसे विद्युत परिपथ में जोड़ने के लिए इसके सिरों पर तार की लीड जोड़ दी जाती है। प्रतिरोधकों को उनके प्रतिरोध की मात्रानुसार वर्ण कोड प्रदान किया जाता है।

पहले दो रंग प्रतिरोध मान के पहले दो अंको को दर्शाते है।

तीसरा रंग दस की घात के रूप में प्रतिरोध के गुणक का मान दर्शाता है।

चौथा तथा अंतिम रंग प्रतिरोधक की सहय्यता (टालरेंस) को दर्शाता है जो कि सुनहरे रंग के लिए 5 प्रतिशत, सिल्वर रंग के लिए 10 % और (प्रतिरोधक के) कायिक रंग के लिए 20 प्रतिशत है।

मान लीजिए कि प्रतिरोधक के चार रंग, नीला, सलेटी, हरा व सिल्वर हैं।

पहला अंक 6 (नीला) होगा।

दूसरा अंक 8 (सलेटी) होगा।

तीसरा रंग (गुणक) 10^5 (हरा)

चौथा रंग (सहय्यता) = 10% (सिल्वर)

अतः प्रतिरोध का मान होगा :

$$68 \times 10^5 \pm 10\%$$

$$= 68 \times 10^5 \pm (68 \times 10^5 \times 10/100)$$

$$= 68 \times 10^5 \pm 68 \times 10^4$$

$$= (6.8 \pm 0.68)\ \text{M}\Omega$$

तालिका 17.1 : प्रतिरोधकों का वर्ण कोड

रंग	अंक	गुणक
काला	0	1
भूरा	1	10^1
लाल	2	10^2
नारंगी	3	10^3
पीला	4	10^4
हरा	5	10^5
नीला	6	10^6
बैंगनी	7	10^7
सलेटी	8	10^8
सफेद	9	10^9

17.5 प्रतिरोधों की ताप निर्भरता

किसी चालक की प्रतिरोधकता इसके ताप पर निर्भर करती है। अधिकतर धातुओं के लिए प्रतिरोधकता ताप वृद्धि के साथ बढ़ती है और एक सीमा के अंदर यह संबंध रैखिक होता है:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \qquad (17.14)$$

जहां पर ρ वा ρ_0 क्रमशः ताप T व T_0 पर प्रतिरोधकताएं हैं। ताप °C में लिए जाते है। T_o संदर्भ ताप है। α को प्रतिरोधकता का ताप गुणांक कहते हैं। इसका मात्रक प्रति डिग्री सेल्सियस है।

अतिचालक

प्रतिरोधकता की ताप निर्भरता से प्रेरित होकर वैज्ञानिकों ने बहुत कम ताप पर पदार्थों के व्यवहार का अध्ययन करना प्रारंभ किया। उन्होंने पाया कि कुछ धातुओं और उनकी मिश्रध ातुओं की प्रतिरोधकता एक निश्चित ताप के नीचे पूर्णतया लुप्त हो जाती है; इस ताप को संक्रमण ताप कहते हैं जिसका किसी धातु के लिए एक विशेष मान होता है। ऐसे पदार्थों में धारा एक बार प्रवाहित होने के बाद बाह्य स्रोत हटा लेने पर भी सदा के लिए बनी रहती है। इस प्रकार के पदार्थों को **अतिचालक** कहते हैं।

शीघ्र ही यह महसूस किया गया कि कमरे के ताप पर हम अतिचालक बना सकें तो इससे पूरे तकनीकी क्षेत्र में क्रांतिकारी परिवर्तन आ जाएगा। इनको उच्च ताप अतिचालक नाम दिया गया है। उदाहरण के तौर पर ऊर्जा सक्षम अतिचालक कुंडलिनियों से बने शक्तिशाली विद्युत चुम्बक एक चुम्बकीय पथ के ऊपर वाहनों को ऊपर उठा सकते हैं जिससे कि उच्च चाल का परिवहन तंत्र संभव है।

अतः उच्च ताप पर अतिचालकों के निर्माण के प्रयास किए जा रहे हैं। अब तक किए गए प्रयास यह दर्शाते हैं कि तांबा, बेरियम और इट्रियम के ऑक्साइड अच्छी संभावनाएं दर्शाते हैं। –153ºC पर अस्तित्व बनाये रखने वाला एक अतिचालक ($T_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$) विकसित किया गया है। भारत इस क्षेत्र में अग्रणी बनकर अनुसंधान कर रहा है।

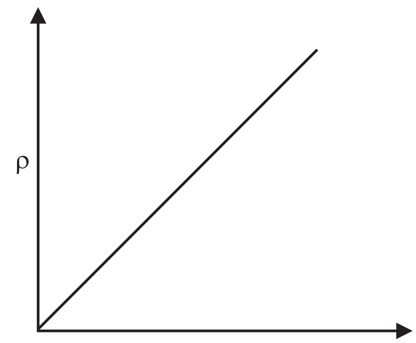
प्रतिरोधकता के ताप गुणांक का व्यंजक प्राप्त करने के लिए समीकरण 17.14 को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$\rho = \rho_0 + \rho_0\, \alpha\, (T - T_0)$$

या

$$\alpha = \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0\,(T - T_0)} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

जहां $\Delta\rho = (\rho - \rho_0)$ और $\Delta T = T - T_0$.



(a)

चित्र. 17.14(c) :धातु के लिए प्रारुपिक प्रतिरोधकता ताप ग्राफ

चालक का प्रतिरोध प्रतिरोधकता का समानुपाती होता है। प्रतिरोध का तापीय परिवर्तन निम्न प्रकार लिखा जा सकता है।

$$R = R_0\,[1 + \alpha\,(T - T_0)] \qquad (17.15)$$

दो भिन्न तापों T_1 व T_2 के संगत प्रतिरोध

$$R_1 = R_0\,[1 + \alpha\,(T_1 - T_0)] \qquad (17.16)$$

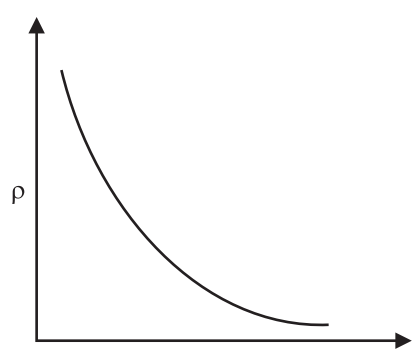
और

$$R_2 = R_0\,[1 + \alpha\,(T_2 - T_0)] \qquad (17.17)$$

इन समीकरण को संयुक्त करने पर, हम प्रतिरोधकता के ताप गुणांक के लिए निम्न व्यंजक लिख सकते हैं।

$$\alpha = \frac{(R_2 - R_1)}{R_0(T_2 - T_1)} = \frac{1}{R_0}\frac{\Delta R}{\Delta T} \qquad (17.18)$$

यदि $R_0 = 1\Omega$ और $(T_2 - T_1) = 1°C$, तब $\alpha = (R_2 - R_1)$. इस प्रकार प्रतिरोध का तापीय गुणांक **1Ω प्रतिरोध के 0° C पर रखे तार के प्रतिरोध मान में 1° C ताप परिवर्तन होने पर होने वाले परिवर्तन के बराबर होता है।** धातुओं का यह गुण प्रतिरोध थर्मामीटर बनाने में काम आता है। मिश्रधातुओं की प्रतिरोधकता भी ताप के साथ बढ़ती है।



(b)

चित्र. 17.14(b) : अर्धचालकों की प्रतिरोधकता ताप वृद्धि के साथ घटती है।

लेकिन यह वृद्धि धातुओं की अपेक्षा बहुत कम होती है। मैंगनिन, कॉन्सटेन्टन व नाइक्रोम मिश्रधातुओं के

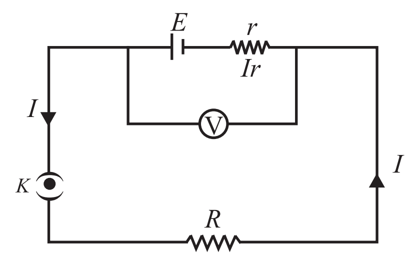
लिए प्रतिरोधकता का ताप गुणांक बहुत ही कम ($\sim10^{-6}\,°C^{-1}$) होता है और प्रतिरोधकता बहुत अधिक होती है। अत: ये पदार्थ मानक स्तर के प्रतिरोध तार बनाने के लिए प्रयुक्त होते हैं। अर्धचालकों जैसे जर्मनियम व सिलिकॉन भी प्रतिरोधकताएं धातुओं और विद्युतरोधकों के बीच की होती है। सामान्यतया अर्धचालकों की प्रतिरोधकता ताप वृद्धि के साथ कम होती है [चित्र 17.15(b)]। इनके प्रतिरोध का ताप गुणांक ऋणात्मक होता है। इसकी विस्तृत व्याख्या आगे चलकर अर्धचालकों के पाठ में की जाएगी।

17.6 विद्युत वाहक बल (emf) और विभवान्तर

किसी सेल या बैटरी के सिरों के बीच खुले परिपथ में विभवान्तर उस सेल या बैटरी का विद्युत वाहक बल कहलाता है। नीचे दिए गए क्रियाकलाप द्वारा आप विद्युत वाहक बल और विभवान्तर के अंतर को भली-भांति समझ पाएंगे।

क्रियाकलाप 17.4

एक प्रतिरोधक R व कुंजी K के परिपथ में एक सेल जोड़ें। एक उच्च प्रतिरोध का वोल्टमीटर सेल के समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है जैसा कि चित्र 17.15 में दिखाया गया है। जब कुंजी K बंद की जाती है तो वोल्टमीटर का पाठ्यांक कम हो जाएगा। क्या आप वोल्टमीटर के पाठ्यांक में इस कमी का कारण बता सकते हैं? वास्तव में जब कुंजी K खुली होती है तो सेल व वोल्टमीटर लूप यानी परिपथ में वोल्टमीटर के उच्च प्रतिरोध के कारण कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। अत: वोल्टमीटर का पाठ्यांक सेल के विद्युत वाहक बल E के बराबर है जो कि सेल के सिरो के बीच विभवान्तर है जबकि इससे परिपथ में कोई धारा प्राप्त नहीं की जाती। जब कुंजी K बंद की जाती है तो सेल के अंदर व बाहर दोनों में धारा प्रवाहित होने लगती है। सेल एक प्रतिरोध r लगाता है जिसे सेल का *आंतरिक प्रतिरोध* कहते हैं। मान लें कि परिपथ में I धारा प्रवाहित हो रही है। धारा प्रवाहित होने के कारण आंतरिक प्रतिरोध r पर विभावान्तर Ir होता है जो कि सेल के विरुद्ध कार्य करता है। अत: बैटरी के सिरों के बीच वोल्टमीटर का पाठ्यांक होगा:



चित्र. 17. 15

$$E - Ir = V$$

या

$$E = V + Ir \qquad (17.19)$$

अत: सेल से धारा खींची जाने की स्थिति में सेल का विद्युत वाहक बल बाह्य प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर से सदैव अधिक होता है जब तक कि आंतरिक प्रतिरोध शून्य न हो।

किसी सेल का विद्युत वाहक बल निम्न बातों पर निर्भर करता है:

- सेल में प्रयुक्त विद्युत अपघट्य;
- इलैक्ट्रोड् का पदार्थ; और
- सेल का ताप

ध्यान दें कि सेल का विद्युत वाहक बल सेल के आकार, अर्थात् प्लेटों के क्षेत्रफल तथा उनके बीच की दूरी पर निर्भर नहीं करता है। अत: दो विभिन्न आकारों के (बड़ा व छोटा) सेलों के विद्युत वाहक बल समान हो सकते हैं- यदि इलैक्ट्रोडों का पदार्थ और विद्युत अपघट्य समान हों।

बड़े आकार के सेल अपने से होकर गुजरने वाली धारा का अधिक प्रतिरोध करते हैं परंतु उन्हें अधिक लम्बे समय तक प्रयोग किया जा सकता है।

उदाहरण 17.8 : जब एक बैटरी से 0.5A, एम्पीयर की धारा खींची जाती है तो उसके सिरों के बीच विभवान्तर 20V होता है और जब 2.0A धारा खींची जाती है तो विभवान्तर 16V रह जाता है। सेल का विद्युत वाहक बल व आतंरिक प्रतिरोध परिकलित कीजिए।

हल : माना E और r बैटरी का विद्युत वाहक बल एवं आतंरिक प्रतिरोध हैं; जब इससे I खींची जाती है तो सेल के सिरों पर विभवान्तर $= Ir$। तब हम इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$V = E - Ir$$

$I = 0.5$A और $V = 20$ वोल्ट के लिए

$$20 = E - 0.5\, r \qquad \text{(i)}$$

$I = 2.0$A और $V = 16$ वोल्ट के लिए, हम लिख सकते हैं

$$16 = E - 2r \qquad \text{(ii)}$$

इन समीकरणों को पुन: इस प्रकार लिखा जा सकता है

$$2E - r = 40$$

और

$$E - 2r = 16$$

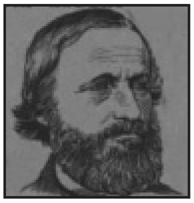
इन समीकरणों को हल करने पर

$$E = 21.3 \text{ V और } r = 2.67\Omega$$

17.7 किरखौफ के नियम

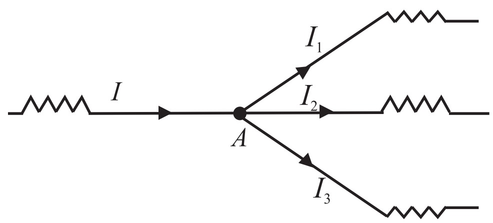
ओम का नियम सरल परिपथों के लिए धारा-वोल्टेज संबंध को दर्शाता है। लेकिन जटिल परिपथों में ओम के नियम के प्रयोग द्वारा धारा वितरण ज्ञात करना कठिन है। सन् 1842 में किरखौफ ने निम्न दो नियम बनाए जिनके द्वारा जटिल विद्युत परिपथों या विद्युत नेटवर्क में धारा वितरण ज्ञात किया जा सकता है।

गुस्टाव रॉबर्ट किरखौफ
(1824–1887)



जर्मन वैज्ञानिक किरखौफ का आधारभूत योगदान कृष्णिका विकिरण व स्पेक्ट्रोस्कोपी में था। लेकिन उन्होंने अन्य क्षेत्रों में भी योगदान दिया। इस अध्याय में आप जटिल विद्युत परिपथों के विश्लेषण के लिए उनके नियमों का अध्ययन करेंगे। बुंसन स्पेक्ट्रम विश्लेषण की सहायता से उन्होंने रूबीडियम व सीजियम की खोज की।

(i) **किरखौफ का प्रथम नियम (जंक्शन नियम):** इसके अनुसार किसी विद्युत नेटवर्क में किसी जंक्शन (बिंदु) की ओर आने वाली धाराओं का योग इससे दूर जाने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है।



चित्र. 17.16 :किरखौफ का प्रथम नियम: एक जंक्शन की ओर आने वाली धाराओं का योग जंक्शन से दूर जाने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है।

चित्र 17.16 को देखें। यदि हम बिन्दु A पर पहुंचने वाली धाराओं को धनात्मक और इससे दूर जाने वाली धाराओं को ऋणात्मक लें तो

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

या

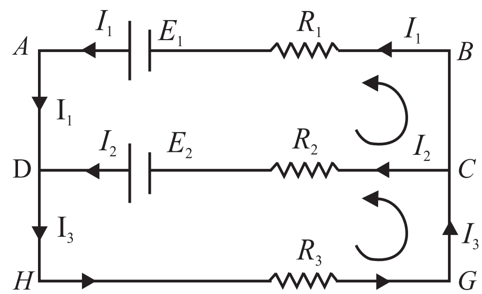
$$I - (I_1 + I_2 + I_3) = 0 \qquad (17.20)$$

या दूसरे शब्दों में किसी जंक्शन पर सभी धाराओं का बीजगणितीय योग शून्य होता है। किरखौफ का नियम बतलाता है कि किसी भी बिंदु पर अचर धारा प्रवाहित होने की स्थिति में कोई आवेश एकत्रित नहीं होते हैं। किसी भी समय में किसी बिंदु की ओर आने वाले कुल आवेश व उससे दूर जाने वाले कुल आवेश बराबर होने चाहिए।

(ii) **किरखौफ का दूसरा नियम:** यह नियम विद्युत परिपथों में ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांत का एक अनुप्रयोग है। यह नियम बतलाता है कि ***विद्युत नेटवर्क के किसी बंद लूप में धाराओं और प्रतिरोधों के गुणनों का बीजीय योग लूप में लगने वाले विद्युत वाहक बलों के बीजीय योग के बराबर होता है।***

इस नियम को उपयोग में लाते समय हम एक बिंदु से प्रारम्भ करते हैं और या तो दक्षिणवर्त या वामावर्त चलकर उसी बिंदु पर पहुँचते हैं। जब हम धारा की दिशा में चलते हैं तो धारा व प्रतिरोध का गुणन धनात्मक लिया जाता है। विद्युत वाहक बल धनात्मक लिया जाता है जब हम सेल से होकर ऋणात्मक इलैक्ट्रोड से धनात्मक इलेक्ट्रोड की ओर चलते है। गणितीय रूप में आप इसे इस प्रकार लिख सकते हैं।

$$IR = E \quad (17.21)$$



चित्र. 17.17 : किरखौफ के दूसरे नियम को दर्शाने के लिए एक नेटवर्क

हम चित्र 17.17 में दिये गए विद्युत नेटवर्क पर विचार करते हैं। बंद लूप *ADCBA* के लिए हम लिख सकते हैं।

$$I_1R_1 - I_2R_2 = E_1 - E_2$$

इसी प्रकार लूप *DHGCD* के लिए

$$I_2R_2 + (I_1 + I_2)\, R_3 = E_2$$

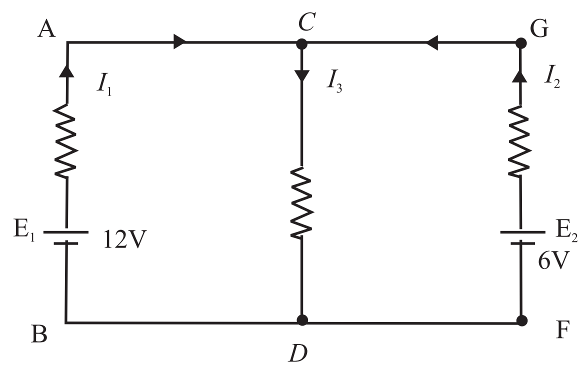
और लूप *AHGBA* के लिए

$$I_1R_1 + I_3\, R_3 = E_1$$

D बिंदु पर $\quad I_1 + I_2 = I_3$

अधिक व्यापक रूप में किरखौफ के नियम का कथन इस प्रकार दिया जा सकता है: ***किसी परिपथ के बंद लूप में सभी विभवान्तरों का बीजीय योग शून्य होता है।***

उदाहरण 17.9 :चित्र 17.18 में दिए गए नेटवर्क पर विचार करें। नेटवर्क को दो बैटरियों द्वारा विद्युत धारा आपूर्ति की जाती है। I_1, I_2 और I_3. धाराओं के मान ज्ञात कीजिए। धाराओं की दिशाएं तीर द्वारा प्रदर्शित हैं।



चित्र. 17.18 : प्रतिरोधको और बैटरियों के एक नेटवर्क में धाराओं की गणना

हल: जंक्शन C के लिए किरखौफ का प्रथम नियम लगाने पर प्राप्त होता है।

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \qquad \text{(i)}$$

बंद लूपों $ACDBA$ और $GCDFG$ के लिए किरखौफ का दूसरा नियम लगाने पर

$$5I_1 + 2I_3 = 12 \qquad \text{(ii)}$$

और

$$3I_2 + 2I_3 = 6 \qquad \text{(iii)}$$

समीकरण (iii) को समीकरण (ii) में से घटाने पर

$$5I_1 - 3I_2 = 6 \qquad \text{(iv)}$$

समी. (i) को 2 गुणा करके समी. (ii) में जोड़ने पर

$$7I_1 + 2I_2 = 12 \qquad \text{(v)}$$

समी (i) को 2 और समी. (v) को 3 से गुणा करके जोड़ने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$31I_1 = 48$$

या

$$I_1 = 1.548\text{A}$$

I_1 का मान समी. (5) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$I_2 = 0.582\text{A}$$

और समी. (i) से

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.13\text{A}$$

17.6.1 प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों के संबंध में प्रारंभिक जानकारी

हम देख चुके हैं कि किसी चालक में लगातार धारा प्रावाहित करने के लिए हमें इसके सिरों के बीच विभवान्तर बनाकर रखना पड़ता है। इस काम के लिए, आमतौर पर हम एक युक्ति का उपयोग करते है, जिसे रासायनिक सेल कहते हैं।

रासायनिक सेल दो प्रकार के होते हैं:

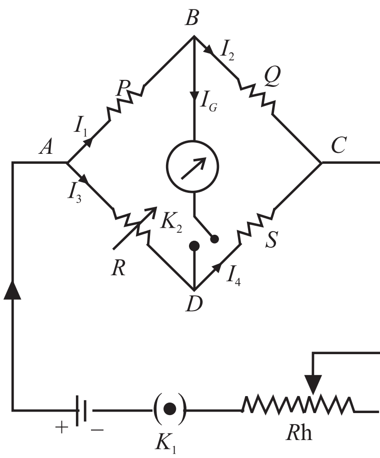
(i) **प्राथमिक सेल:** इन सेलों में रासायनिक ऊर्जा सीधे विद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित होती है। इस्तेमाल करने से प्राथमिक सेल के पदार्थ खर्च हो जाते हैं और इसलिए इनको पुन: आवेशित करके उपयोग में नहीं लाया जा सकता। शुष्क सेल, डेनियल सेल, वोल्टाई सेल आदि प्राथमिक सेलों के उदाहरण हैं।

(ii) **द्वितीयक सेल:** ये ऐसे सेल होते हैं जिनमें विद्युत ऊर्जा को एक उत्क्रमणीय रासायनिक अभिक्रिया के रूप में संचयित किया जाता है। जब सेल का उपयोग धारा प्राप्त करने के लिए किया जाता है तो यह रासायनिक अभिक्रिया विपरीत दिशा में होती है और मूल पदार्थ फिर से प्राप्त हो जाते हैं। इसलिए इन सेलों को बार-बार आवेशित किया जा सकता

है। एसिड संचायक बैटरी, जिसका उपयोग हम इन्वर्टर या कार में करते हैं, द्वितीयक सेलों का समुच्चय ही होती है।

17.7.1 व्हीटस्टोन ब्रिज

जैसा कि आप जानते हैं किसी विद्युत परिपथ में एक वोल्टमीटर व अमीटर प्रयोग करके ओम के नियम से प्रतिरोध ज्ञात किया जा सकता है। लेकिन निम्न प्रतिरोधकों के लिए यह मापन परिशुद्ध नहीं भी हो सकता है। इस कठिनाई को दूर करने के लिए हम ह्वीटस्टोन ब्रिज का उपयोग करते हैं। यह चार प्रतिरोधों का एक विन्यास होता है जिसके द्वारा किसी एक प्रतिरोध का मापन अन्य तीन प्रतिरोधों के रुप में किया जाता है। चित्र 17.19 पर विचार करें जहाँ



चित्र 17.19 : ह्वीटस्टोन ब्रिज की संतुलन अवस्था में गैल्वेनोमीटर में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती

(i) P और Q दो समायोज्य प्रतिरोध हैं जो ब्रिज की दो अनुपाती भुजाओं AB और BC से जुड़े हैं।

(ii) R एक समायोज्य ज्ञात प्रतिरोध है। ब्रिज की भुजा AD को ज्ञात भुजा कहते हैं।

(iii) S मापन किया जाने वाला अज्ञात प्रतिरोध है। ब्रिज की CD भुजा अज्ञात भुजा कहलाती है।

(iv) एक सुग्राही गैल्वेनोमीटर G को एक कुंजी k_2 के साथ ब्रिज की BD भुजा में जोड़ा जाता है।

(v) एक बैटरी E को एक कुंजी K_1 के साथ भुजा AC में जोड़ा जाता है। भुजाएं AC तथा AB संयुग्मी भुजाएं कहलाती है।

कुंजिओं को बंद करने पर, सामान्य अवस्था में, गैल्वेनोमीटर में कुछ धारा प्रवाहित होती है जिससे आप धारामापी में कुछ विक्षेप प्राप्त करते हैं। यह प्रदर्शित करता है कि बिन्दुओं B तथा D के मध्य कुछ विभवान्तर है। अब हम निम्न तीन अवस्थाओं पर विचार करेंगे।

(i) **बिंदु B बिंदु D की अपेक्षा अधिक विभव पर है:** धारा B बिंदु D की ओर बहेगी और गैल्वेनोमीटर में एक ओर विक्षेप होगा।

(ii) **बिंदु B बिंदु D की अपेक्षा कम विभव पर है :** धारा D से B की ओर बहेगी और धारामापी में विपरीत दिशा में विक्षेप होगा।

(iii) **दोनों बिन्दुओं B व D का विभव समान है:** इस दशा में धारामापी में कोई धारा प्रवाहित नहीं होगी और उसमें कोई विक्षेप नहीं होगा अर्थात धारामापी शून्य विक्षेप की स्थिति में है। इस स्थिति में ह्वीटस्टोन ब्रिज *संतुलित अवस्था* में कहलाता है।

बिंदु B तथा D समान विभव पर तभी होंगे जब P के सिरों पर विभव पात R के सिरों पर विभव पात के बराबर होगा। अत: शून्य विक्षेप की स्थिति में

$$I_1 P = I_3 R \qquad (1\,7.22)$$

लेकिन $$I_1 = I_2 + I_G$$

तथा $$I_4 = I_3 + I_G \qquad (17.23)$$

जंक्शन B एवं D पर करखौफ के प्रथम नियम को लगाने पर शून्य विक्षेप ($L_G = 0$) की स्थिति में हमें प्राप्त होता है

$$I_1 = I_2$$

और $$I_3 = I_4 \qquad (1\,7.24)$$

इसी प्रकार Q के सिरों पर विभव पात व S के सिरों पर विभव पात बराबर होगा। अत:

$$I_2 Q = I_4 S \qquad (17.25)$$

समी (17.22) को समी. (17.25) से भाग देने पर

$$\frac{I_1 P}{I_2 Q} = \frac{I_3 R}{I_4 S} \qquad (17.26)$$

समी. (17.24) का उपयोग करने पर

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \qquad (17.27)$$

यह ह्वीटस्टोन ब्रिज के संतुलन की स्थिति है। समीकरण (17.27) से अज्ञात प्रतिरोध S का मान

$$S = \frac{QR}{P}$$

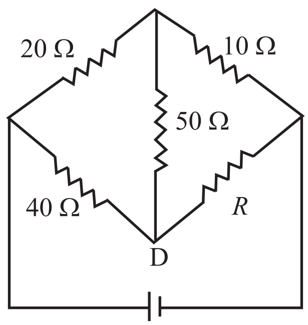
आप आसानी से देख सकते हैं कि व्हीटस्टोन ब्रिज से प्रतिरोध मापन की निम्नांकित विशेषताएं हैं:

(i) समी.. (17.27) द्वारा दी गई संतुलन अवस्था (शून्यविक्षेप अवस्था) आरोपित वोल्टेज पर निर्भर नहीं करती है। दूसरे शब्दों में , यदि आप सेल का विद्युत वाहक बल बदल देते है तो संतुलन नहीं बदलेगा।

(ii) प्रतिरोध मापन धारावाही के अंशाकन की यथार्थता पर निर्भर नहीं करता है। धारामापी का तो केवल शून्य विक्षेप सूचक (धारा संसूचक) की भांति उपयोग किया जाता है।

व्हीटस्टोन ब्रिज द्वारा मापन की यथार्थता को प्रभावित करने वाला मुख्य कारक उसकी सुग्राहिता है जिससे शून्य विक्षेप स्थिति में परिवर्तन को संसूचित किया जा सकता है। यह पाया गया है कि जब ब्रिज प्रतिरोध यथासंभव लगभग बराबर होते हैं तो उनकी सुग्राहिता अधिकतम होती है।

उदाहरण 17.9: चित्र 17.20 में R का मान ज्ञात करें। जब 50Ω के प्रतिरोधक में कोई धारा प्रवाहित न हो रही हो।



चित्र 17.20: जब 50Ω प्रतिरोधक से कोई धारा नहीं गुजरती तो ब्रिज संतुलित होता है।

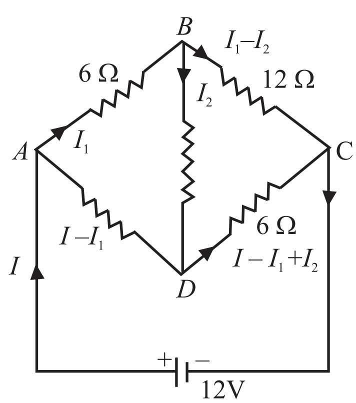
हल: यह व्हीटस्टोन ब्रिज से समतुल्य परिपथ है जिसमें गैल्वेनोमीटर को 50Ω के प्रतिरोधक से बदल दिया गया है। ब्रिज संतुलित है। चूँकि 50Ω के प्रतिरोधक में कोई भी धारा नहीं है:

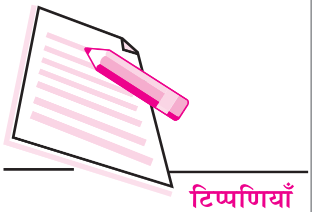
$$\frac{20}{10} = \frac{40}{R}$$

या $$R = \frac{40 \times 10}{20} = 20\Omega$$

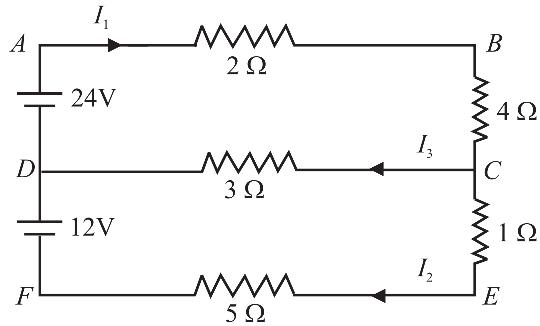
पाठगत प्रश्न 17.3

1. *AB*, *AD* व *BD* भुजाओं में धारा के मान ज्ञात करें।





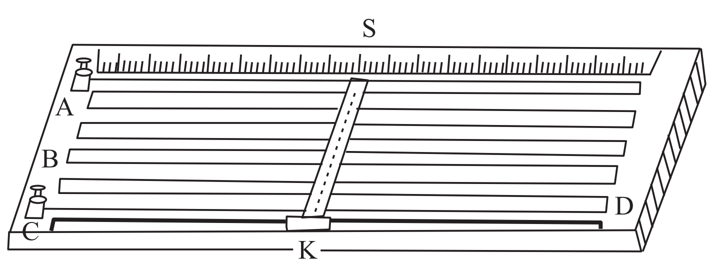
2. निम्न परिपथ की जांच करके I_1, I_2 तथा I_3 के मान ज्ञात करें



अब आप वोल्टमीटर की सहायता से किसी विद्युत स्रोत का विद्युत वाहक बल या किसी परिपथ अवयव के सिरों पर विभवान्तर मापना जान चुके हैं (एक आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनंत होना चाहिए जिससे कि यह किसी विद्युत वाहक बल स्रोत के सिरों पर लगाए जाने पर उससे कोई धारा न खींचे)। व्यावहारिक दृष्टि से ऐसा वोल्टमीटर बनाना संभव नहीं है जो स्रोत से कोई धारा न खींचे। इस कठिनाई को दूर करने के लिए हम एक विभवमापी का प्रयोग करते हैं जो स्रोत से कोई धारा नहीं लेता और मापन कर सकता है। इसमें शून्य विक्षेप विधि उपयोग में लाई जाती है। विभवमापी का उपयोग किसी सेल के आतंरिक प्रतिरोध परिपथ में बहने वाली धारा तथा प्रतिरोधों की तुलना के लिए होता है।

17.8.1 विभवमापी का वर्णन

विभवमापी में एक लकड़ी का बोर्ड होता है जिसमें बड़ी संख्या में (प्रायः दस) एक समान अनुप्रस्थ काट के परस्पर समान्तर तार खिंचकर बंधे रहते हैं। तार मैंगनिन या नाइक्रोम का होता है। ये तार मोटी तांबे की पट्टियों से श्रेणीक्रम में जुड़े रहते हैं। इस प्रकार सभी तार मिलकर एक अकेले तार की भांति कार्य करते हैं जिसकी लंबाई सभी तारों की लंबाई के योग के बराबर होती है। तारों के अंतिम सिरों पर संयोजी पेंच लगे रहते हैं। लकड़ी के बोर्ड पर तारों के समान्तर एक मीटर स्केल लगा होता है। तारों पर एक विसर्पी कुंजी खिसकती है जिससे किसी भी तार के किसी भी बिंदु पर क्षुर धार संपर्क किया जा सकता है। विसर्पी कुंजी में एक संकेतक होता है जो स्केल पर घूमता है। यह क्षुर धार संपर्क की स्थिति पढ़ता है। A और B तार के सिरे हैं। K विसर्पी कुंजी और S स्केल है। विसर्पी कुंजी छड़ CD पर खिसकती है।



चित्र 17.21 : विभवमापी को दर्शाने वाला आरेख

17.8.2 विभवमापी द्वारा मापन का सिद्धांत

मान लीजिए हमारे पास विद्युत वाहक बल का एक स्थाई स्रोत (जैसे एक संचायक सेल), l लम्बाई के एक समान प्रतिरोध के तार AB के सिरों से जुड़ा है। संचायक का धनात्मक सिरा A पर जुड़ा हुआ है (चित्र 17.22)। तार में होकर एक स्थिर धारा I प्रवाहित होती है। AB पर विभवान्तर का मान

$$V_{AB} = RI$$

यदि r प्रति एकांक लंबाई का प्रतिरोध है तथा K तार के प्रति एंकाक लंबाई पर विभवपात है तो

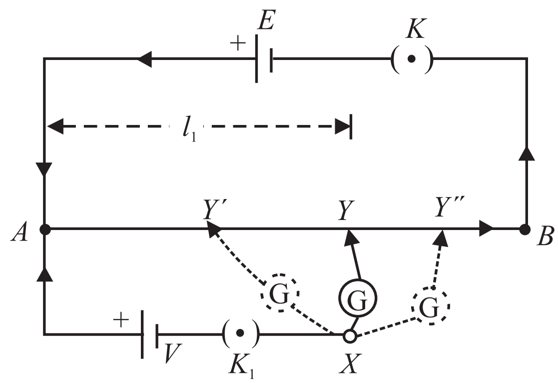
$$R = r\ell$$

और $$E = k\,\ell$$

या $$k = \frac{E}{\ell}$$

तार की ℓ_1 लंबाई पर विभवपात

$$V_1 = k\ell_1 = \frac{E}{\ell}\ell_1 \qquad (17.28)$$



चित्र 17.22 : एक सेल के सिरों का विभवान्तर मापने के लिए विभवमापी परिपथ

अतः विभवपात A से B की ओर दूरी बढ़ने (धनात्मक से ऋणात्मक सिरे की ओर) पर रेखीय रुप में बढ़ता है।

मान लीजिए हम एक अज्ञात वोल्टेज V को मापना चाहते हैं। सेल का धनात्मक सिरा A पर जोड़ देते हैं और ऋणात्मक सिरा धारामापी से होकर विसर्पी कुंजी से जोड़ते हैं जिसका परिवर्ततीय संपर्क Y है। स्मरण रहे कि $V > E$ के लिए शून्य विक्षेप बिंदु प्राप्त करना संभव नहीं होगा। अतः हम विद्युत वाहक बल E(>V) वाले एक मानक सेल का प्रयोग करते हैं, जैसा कि चित्र 17.22 में दर्शाया गया है। इसे जांचने के लिए कुंजियों k व k_1 को लगाइए और विसर्पी कुंजी को सिरों A तथा B पर दबाइए। धारामापी को दोनों सिरों पर विपरीत दिशाओं में विक्षेप का प्रदर्शन करना चाहिए। यदि ऐसा है तो परिपथ सही है।

मान लीजिए माप विसर्पी कुंजी को A से B की ओर चलाना प्रारम्भ करते हैं। Y′ स्थिति में मान लीजिए तार की लंबाई AY′ पर विभवपात वोल्टेज V. से कम है। तब वोल्टेज V के कारण लूप AY'XA में धारा का मान AY′ में विभवान्तर के कारण धारा के मान से अधिक होता है। अतः धारामापी में एक ओर धारा प्रवाहित होती है। फिर विसर्पी कुंजी को और दूर मान लीजिए Y″ तक चलाया जाता है जिससे AY″ पर विभवपात वोल्टेज V से अधिक हो धारामापी दूसरी दिशा में विक्षेप देता है। अब Y और Y″ के बीच में विसर्पी कुंजी को धीरे-धीरे घुमाया जाता है। बिन्दु Y पर स्थिति इस प्रकार की होती है कि AY″ पर विभवपात ठीक V के बराबर हो जाता है। तब बिंदु X और Y समान विभव पर हो जाते हैं जिससे धारामापी

में कोई विक्षेप नहीं होता है। अर्थात शून्य विक्षेप की स्थिति आ जाती है। यदि आप AY की लंबाई l_1 लें तो

$$V = k\ell_1 = \frac{E\ell_1}{\ell} \quad (17.29)$$

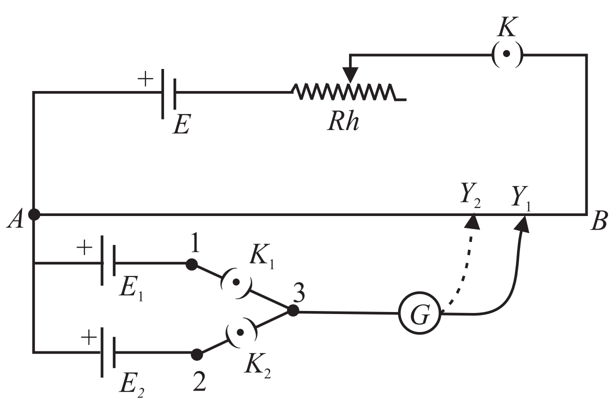
इस प्रकार बिना धारा प्रवाहित हुए ही एक अज्ञात वोल्टेज V का मान ज्ञात किया जा सकता है।

एक विभवमापी के निम्न लाभ हैं:

- जब विभवमापी संतुलित होता है तो मापन किए जाने वाले परिपथ, में कोई धारा नहीं बहती है।
- यह जिस परिपथ में जोड़ा जाता है उसकी दशा में परिवर्तन नहीं करता है।
- इसमें मापन के लिए शून्य विक्षेप की स्थिति उपयोग की जाती है, अत: धारामापी के अंशांकन की आवश्यकता नहीं रहती।

17.8.3 विभवमापी द्वारा दो सेलों के विद्युत वाहक बलों की तुलना करना

आप एक विभवभावी प्रयोग करके सेल का विद्युत वाहक बल ज्ञात करना सीख चुके हैं। उसी तकनीक को आगे बढ़ाकर हम दो सिलों के विद्युत वाहक बलों की तुलना करेंगे। उदाहरण के लिए हम एक डेनियल सेल व एक लेक्लांशी सेल लेते हैं। मान लीजिए इनके विद्युत वाहक बल क्रमश: E_1 और E_2 हैं। परिपथ 17.23 की भांति विभवमापी को परिपथ में जोड़ते हैं। एक E_1 विद्युत वाहक बल के सेल को कुंजी के 1 व 3 सिरों के बीच प्लग लगाकर परिपथ में जोड़ते हैं। जैसा कि पहले बताया जा चुका है, विभवमापी के तार पर विसर्पी कुंजी को खिसकाकर संतुलन बिंदु ज्ञात कर लेते हैं। मान लीजिए कि संतुलन बिंदु Y_1 पर है तथा लंबाई $AY_1 = l_1$। फिर विद्युत वाहक बल E_2 के दूसरे सेल को कुंजी के 2 व 3 सिरों के मध्य प्लग लगाकर परिपथ से जोड़ते हैं। पुन: संतुलन प्राप्त करते हैं। मान लीजिए यह बिंदु Y_2 पर प्राप्त होता है, तथा लंबाई $AY_2 = l_2$



चित्र. 17.23 : E_1 और E_2 सेलों के विद्युत वाहक बलों की तुलना। सेल E का विद्युत वाहक बल E_1 और E_2 के अलग-अलग मानों से अधिक होना चाहिए।

विभवमापी का सिद्धांत लगाने पर हम लिख सकते हैं

$$E_1 = kl_1 \text{ and } E_2 = kl_2$$

जहां पर k तार AB.की विभवमापी प्रवणता है। अत:

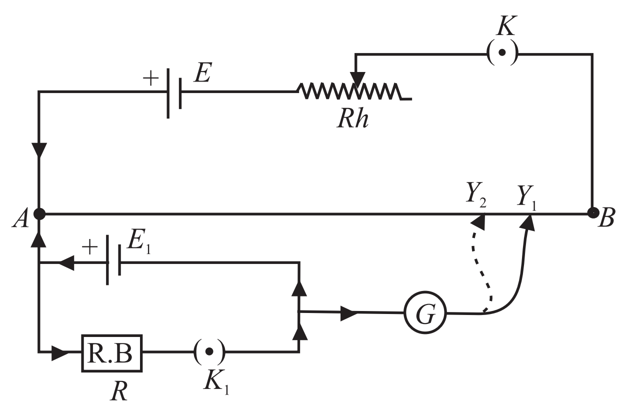
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \qquad (17.30)$$

17.8.4 सेल का आंतरिक प्रतिरोध ज्ञात करना

आप जान चुके हैं कि सेल अपने में से होकर प्रवाहित होने वाली धारा पर प्रतिरोध लगाता है जो प्राय: अत्यधिक न्यून होता है। यह प्रतिरोध सेल का आंतरिक प्रतिरोध कहलाता है और सेल के आकार पर निर्भर करता है। अर्थात द्रव में डूबी प्लेटों के क्षेत्रफल, प्लेटों के बीच की दूरी तथा सेल में प्रयुक्त विद्युत अपघट्य की साँद्रता पर निर्भर करता है।

अब हम सीखेंगे कि विभवमापी के उपयोग से किस तरह एक सेल का आंतरिक प्रतिरोध मापा जाता है। चित्र 17.24 को देंखें। यह E_1 विद्युत वाहक बल वाले एक सेल के आंतरिक प्रतिरोध 'r' को मापने के लिए परिपथ आरेख को दर्शाता है। सेल के समान्तर क्रम में एक प्रतिरोध बक्स और एक कुंजी K_1 जोड़ें। प्राथमिक परिपथ में एक मानक सेल, एक धारा नियंत्रक और एक दिशीय कुंजी K होती है। जैसे ही कुंजी K बंद की जाती है तार AB से होकर धारा I प्रवाहित होती है। कुंजी K_1 खुली रखी जाती है और विसर्पी कुंजी को सरकाकर सेल के साथ संतुलन स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लीजिये यह Y_1. पर है। यदि $AY_1 = l_1$. तब

$$E_1 = kl_1 \qquad (17.31a)$$



चित्र. 17.24 : एक सेल के आंतरिक प्रतिरोध का मापन

अब कुंजी K_1 बंद कर दी जाती है। इससे सेल में प्रतिरोध उत्पन्न हो जाता है। सेल E_1के कारण लूप RK_1E_1 में धारा I_1 प्रवाहित होगी। इस धारा I का मान ओम के नियम से

$$I_1 = \frac{E_1}{R+r}$$

जहां r सेल का आतंरिक प्रतिरोध है। अब सेल के सिरों का विभवान्तर V_1 उसके विद्युत वाहक बल E_1 से $I_1 r$ परिमाण से कम है। V_1 का मान है

$$V_1 = I_1 R = \frac{E_1}{R+r} R$$

अब मुख्य परिपथ की धारा I को बिना बदले विभवान्तर V_1 को विभवमापी के तार पर संतुलित होते हैं। संतुलन बिंदु Y_2 पर प्राप्त होता है जहां $AY_2 = l_2$ तथा

$$V_1 = kl_2 \qquad (17.31b)$$

समीकरण 17.30 और समीकरण 17.33 की सहायता से हमें निम्न संबंध प्राप्त होता है

$$\frac{E_1}{V_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{R+r}{R}$$

या

$$r = R\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) \qquad (17.32)$$

इस प्रकार R_1, l_1 और l_2 ,का मान ज्ञात होने पर r का मान ज्ञात किया जा सकता है।

उदाहरण 17.10 : विभवमापी के तार की लंबाई 5 m है। यह एक नियत विद्युत वाहक बल की बैटरी से जोड़ा गया है। डेनियल सेल के लिए शून्य विक्षेप बिंदु 100 cm पर प्राप्त होता है। यदि तार की लम्बाई 7 m रखी जाए तब शून्य विक्षेप स्थिति क्या होगी?

हल: मान लीजिए कि बैटरी का विद्युत वाहक बल E वोल्ट है। 5 m लंबाई के लिए विभव प्रवणता

$$k_1 = \frac{E}{5}\ \mathrm{Vm^{-1}}$$

जब विभवमापी के तार की लंबाई 7 m ली जाती है तब विभव प्रणवता का मान होगा।

$$k_2 = \frac{E}{7}\ \mathrm{Vm^{-1}}$$

अब यदि शून्य विक्षेप स्थिति l_2 मीटर पर प्राप्त होता है तो

$$E_1 = k_2 \ell_2 = \frac{E}{7} \ell_2$$

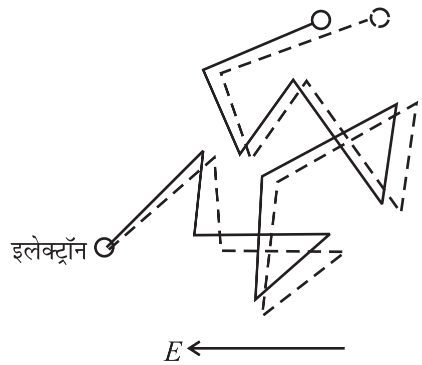
यहां पर एक ही सेल से दो विन्यासों में संतुलन प्राप्त किया गया है। अत:

$$\frac{E}{5} = \frac{E}{7} \ell_2$$

$$\Rightarrow \qquad \ell_2 = 7/5 = 1.4\mathrm{m}$$

17.9 इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग

अब हम धातुओं में विद्युत चालन की सूक्ष्मदर्शीय छवि को समझने का प्रयास करते हैं। यहां पर एक सरल प्रतिरूप लिया जा रहा है। इस प्रतिरूप का महत्त्व इस तथ्य में निहित है कि यह ओम के नियम की पुष्टि करता है।



चित्र. 17.25 :एक विद्युत क्षेत्र में रखे चालक में इलेक्ट्रॉनों का अपवाह।

हम मानते हैं कि धात्विक ठोसों में परमाणुओं का एक नियमित आवर्ती विन्यास होता है। प्रत्येक परमाणु सामान्यत: मुक्त इलेक्ट्रॉनों का योगदान देता है जिन्हें चालन इलेक्ट्रॉन भी कहते हैं। ये इलेक्ट्रॉन पदार्थ के सम्पूर्ण आयतन में सादृच्छिक ढंग से गति करने को स्वतंत्र होते हैं। लगभग उसी प्रकार जैसे कि गैस के अणु किसी पात्र में मुक्त रूप से विचरण करते हैं। इसी कारण से कभी-कभी चालन इलेक्ट्रॉनों को *इलेक्ट्रॉन गैस* भी कहा जाता है। चालन इलेक्ट्रानों की औसत गति लगभग $10^6 ms^{-1}$ के कोटि की होती हैं।

विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में चालक से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है, क्योंकि मुक्त इलेक्ट्रॉनों का *औसत वेग* शून्य है। $+x$ दिशा में चलने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या $-x$ दिशा में चलने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या के बराबर होती है। अत: किसी दिशा में आवेश का नेट प्रवाह नहीं होता।

चालन इलेक्ट्रॉन ठोस के परमाणुओं से बार-बार टकराते हैं। मुक्त इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत गति करते हैं। इलेक्ट्रॉनों का औसत अपवाह वेग $10^{-4} ms^{-1}$ की कोटि का होता है। यह इलेक्ट्रानों के दो क्रमिक संघट्टों के बीच के वेग की तुलना में बहुत कम होता है। विद्युत क्षेत्र लगाए जाने पर, चालन इलेक्ट्रॉन त्वरित हो जाते हैं। इलेक्ट्रॉनों द्वारा प्राप्त की गई अतिरिक्त ऊर्जा परमाणुओं के साथ संघट्ट में क्षय हो जाती है। परमाणु ऊर्जा प्राप्त करते हैं और अधिक तेजी से कंपन करते हैं। चालक गर्म हो जाता है। चित्र 17.25 दर्शाता है कि विद्युत क्षेत्र के लगाए जाने पर इलेक्ट्रॉनों की गति कैसे परिवर्तित होती है।

अब हम चालन इलेक्ट्रानों के अपवाह वेग के लिए एक व्यंजक प्राप्त करेंगे।

माना e और m क्रमश: इलेक्ट्रॉन का आवेश व द्रव्यमान हैं और E विद्युत क्षेत्र है। इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला बल eE है। अत: इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला त्वरण होगा।

$$\mathbf{a} = \frac{e\mathbf{E}}{m}$$

यदि संघट्टों के बीच का औसत समय τ हो तो

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}} = \frac{e\mathbf{E}}{m}\tau$$

समीकरण (17.4) के प्रयोग द्वारा इस परिणाम से हम धारा का व्यंजक ज्ञात कर पाते हैं:

$$I = -neAv_d$$

$$= -neA\frac{eE}{m}\tau$$

$$= -\frac{Ane^2E}{m}\tau$$

चूँकि विद्युत क्षेत्र विभव की ऋणात्मक स्थानिक प्रवणता $\left(E = -\frac{\partial V}{\partial r}\right)$ है। धारा के व्यंजक को हम निम्न प्रकार से लिख सकते हैं।

$$I = +\frac{ne^2A}{m}\frac{V}{\ell}\tau \qquad (17.33)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{V}{I} = \frac{m}{ne^2\tau}\frac{\ell}{A} = R \qquad (17.34)$$

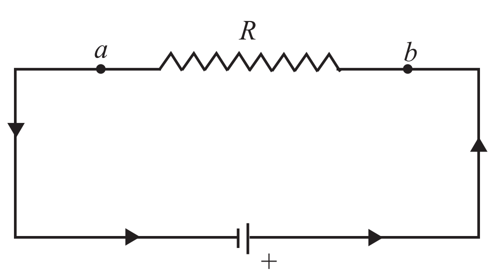
समीकरण (17.34) दर्शाता है कि चालन धारा ओम के नियम का पालन करती है।

समीकरण (17.4) के प्रयोग द्वारा इस परिणाम को हम निम्न प्रकार व्यक्त कर सकते हैं।

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad (17.35)$$

17.10 विद्युत परिपथ में ऊर्जा की खपत

हम नीचे दर्शाए गए परिपथ पर विचार करते हैं जहां एक बैटरी को एक बाहरी प्रतिरोधक के साथ जोड़ दिया गया है (चित्र 17.26) धनावेश (मान्यता के अनुसार) प्रतिरोधक में विद्युत धारा की दिशा में प्रवाहित होते है व बैटरी के अंदर ऋणात्मक सिरों से धनात्मक सिरे की ओर प्रवाहित होते हैं। दो बिंदुओं के बीच विभावान्तर आवेशों को गतिज ऊर्जा प्रदान करता है। ये गतिशील आवेश प्रतिरोधक में परमाणुओं (आयनों) से टकराते हैं और इस तरह अपनी गतिज ऊर्जा का एक भाग खो देते हैं। यह ऊर्जा प्रतिरोधक के ताप के साथ बढ़ती है। गतिशील आवेशों की ऊर्जा की क्षतिपूर्ति बैटरी की रासायनिक ऊर्जा के व्यय द्वारा होती है।



चित्र. 17.26 : बैटरी व प्रतिरोधक युक्त परिपथ ऊर्जा की खपत दो बिंदुओं a व b के बीच विभवान्तर व प्रतिरोधक से गुजरने वाली धारा पर निर्भर करती है

एक ΔQ मात्रा के गतिशील आवेश के प्रतिरोधक से गुजरने पर स्थितिज ऊर्जा के ह्रास की दर

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = V\frac{\Delta Q}{\Delta t} = VI \qquad (17.36)$$

जहां पर I विद्युत धारा और V प्रतिरोधक के सिरों के बीच विभवान्तर है।

यह माना जाता है कि संयोजक तारों का प्रतिरोध नगण्य होता है। कुल ह्रास प्रतिरोधक R में ही होता है। ऊर्जा खपत की दर को शक्ति के रूप में परिभाषित करते हैं:

$$P = VI$$

चूँकि $V = IR$

$$P = I^2R = V^2/R \qquad (17.37)$$

शक्ति का SI मात्रक वाट (w) है।

ऊष्मा के रूप में चालक में क्षय हुई विद्युत शक्ति को *जूल ऊष्मा* कहते है। उत्पन्न ऊष्मा (i) धारा के वर्ग यानि I^2 की समानुपातिक है (ii) चालक के प्रतिरोध R की समानुपातिक है और (iii) वह समय t जब तक धारा प्रवाहित की जाती है, उसके समानुपातिक है।

कथन $Q = I^2 Rt$, धारा के तापीय प्रभाव के लिए जूल का नियम कहलाता है।

उदाहरण: 17.11 : आपके घर में 220 वोल्टेज की आपूर्ति के साथ 60W का बल्ब जुड़ा है। बल्ब द्वारा उपभोग में लाई गई शक्ति, बल्ब के तंतु का प्रतिरोध व बल्ब से गुजरने वाली धारा का मान ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि $I = P/V$

$\therefore$ $= \frac{60\text{W}}{220\text{V}} = \frac{3}{11}\text{A} = 0.27\text{A}$

बल्ब का प्रतिरोध

$$R = \frac{V}{I}$$

$$= \frac{220V}{3/11A}$$

$$= \frac{220\times 11}{3}\Omega = 807\Omega$$

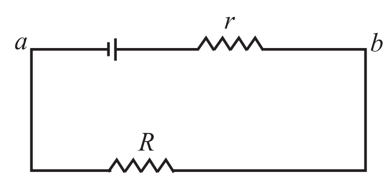
बल्ब प्रति सेंकड 60J ऊर्जा का उपयोग करता है। एक घंटे में यह 60 Wh और एक दिन में $60 \times 24 = 1440$ ऊर्जा है। एक दिन में ऊर्जा की खपत =1.440 WH आम व्यक्ति की भाषा में, इसे 1.4 इकाई ऊर्जा कहते हैं।

पाठगत प्रश्न 17.4

1. जब सेल से ली जाने वाली धारा बढ़ जाती है तो इसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर घट जाता है। क्यों?

2. एक धात्विक तार का प्रतिरोध 20° C पर 30Ω व 40° C व 30.16Ω है। प्रतिरोध का ताप गुणांक ज्ञात कीजिए।

3. एक सेल का विद्युत वाहक बल 5.0 V व परिपथ में R 4.5Ω है। यदि a व b बिंदुओं के बीच विभवान्तर 3.0 V हो तो सेल का आतंरिक प्रतिरोध r ज्ञात करें।



4. एक विभवमापी परिपथ में एक अज्ञात विद्युत वाहक बल मापे जाने पर A से 45cm पर शून्य विक्षेप स्थिति प्राप्त होती है। परिपथ में एक 102V का सेल जोड़ दिए जाने पर यह शून्य विक्षेप स्थिति A से 30 cm पर चला जाता है। एक मानक सेल E हमेशा परिपथ में स्थिर धारा प्रवाहित करता है। अज्ञात विद्युत वाहक बल का मान ज्ञात करें।

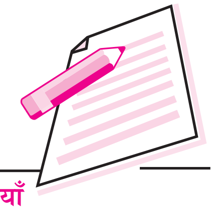
5. एक विभवमापी परिपथ का प्रयोग दो सेलों E_1 व E_2 के विद्युत वाहक बलों की तुलना के लिए किया जाता है। शून्य विक्षेप स्थिति E_1 व E_2 के लिए क्रमशः 30 cm व 45 cm पर प्राप्त होते हैं। यदि $E_2 = 3.0$ V तो E_1 का मान ज्ञात करें।

6. एक 0.30A की धारा एक 500Ω के प्रतिरोध से होकर गुजरती है। प्रतिरोधक में कितनी ऊर्जा का क्षय होता है?

7. आपके पास दो विद्युत बल्ब हैं जिनमें 40W, 220V और 100W, 220 V छपा है। 220 V विद्युत आपूर्ति के लिए प्रत्येक बल्ब की धारा व प्रतिरोध का मान ज्ञात करें।

आपने क्या सीखा

- अपवाह वेग वह वह औसत वेग है जिससे किसी चालक में विद्युत क्षेत्र लगाने पर इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा में गति करते हें।
- चालक के किसी अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल में बहने वाली विद्युत धारा उस क्षेत्रफल के एक ओर से दूसरी ओर स्थानांतरित होने वाले आवेश की दर होती है। धारा का मात्रक एम्पियर है जो A से व्यक्त होता है।



- ओम के नियम के अनुसार यदि भौतिक स्थितियां जैसे ताप व दाब आदि समान रहें तो किसी चालक से प्रवाहित होने वाली धारा विभवान्तर के समानुपाती होती है।
- V/I अनुपात को प्रतिरोध कहते हैं और इसे R से व्यक्त करते हैं। प्रतिरोध का मात्रक ओम है। इसे Ω से दर्शाया जाता है।
- यदि किसी चालक के प्रतिरोध के लिए V/I का मान स्थिर न होकर लगाई गई वोल्टेज पर निर्भर करता है तो इस प्रतिरोधक को अन् ओमीय प्रतिरोध कहते हैं।
- किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता (या विशिष्ट प्रतिरोध) उस पदार्थ के एक मीटर लंबे और एक वर्ग मीटर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तार द्वारा लगाया गया प्रतिरोध है। इसका मात्रक ओम–मीटर है।
- प्रतिरोधकों के श्रेणी संयोजन के लिए तुल्य प्रतिरोध सभी प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।
- समान्तर क्रम में प्रतिरोधकों के संयोजन के लिए तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम सभी प्रतिरोध कों के अलग–अलग प्रतिरोधों के व्युत्क्रम का योग होता है।
- प्राथमिक सेलों को पुनरावेशित करके बार–बार उपयोग में नहीं लाया जा सकता जबकि द्वितीयक सेलों को बार–बार पुनरावेशित किया जा सकता है।
- किरखौफ के नियम जटिल विद्युत परिपथों का एक व्यवस्थित ढंग से अध्ययन करने में सहायक होते हैं। प्रथम नियम बताता है कि किसी एक बिंदु की ओर आने वाली धाराओं और उस बिंदु से दूर जाने वाली धाराओं का योग बराबर होता है।

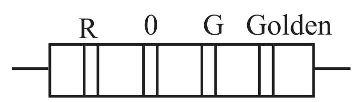
  नियम II बतलाता है कि किसी बंद विद्युत परिपथ में सभी विभवान्तरों का कुल योग शून्य होता है।
- व्हीटस्टोन ब्रिज की सहायता से अज्ञात प्रतिरोध (S) के मान को (P, Q और R) प्रतिरोधों से इसकी तुलना करके ज्ञात किया जा सकता है। संतुलन की स्थिति में

  $P/Q = R/S.$
- किसी सेल का विद्युत वाहक बल उसके सिरों के उस विभवान्तर के बराबर होता है जब इससे कोई परिपथ न जुड़ा हो।
- विभवमापी बिना धारा प्रवाहित किए वोल्टेज मापता है। इसलिए एक ऐसे स्रोत, जिसका आंतरिक प्रतिरोध काफी अधिक है, के विद्युत वाहक बल को मापने में भी इसका उपयोग हो सकता है।
- किसी चालक में इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग इस प्रकार से सूत्रबद्ध होता है: $\upsilon_d = -\frac{eE}{m}\tau$.
- एक विद्युत परिपथ में जूल तापन के कारण शक्ति की खपत होती है

$$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

पाठांत प्रश्न

1. बाह्य विद्युत क्षेत्र के प्रभाव से एक धात्विक चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह की व्याख्या करें व अपवाह वेग के लिए व्यंजक प्राप्त करें।
2. विद्युत धारा की परिभाषा दीजिए और ओम के नियम की विवेचना कीजिए।
3. चालक की प्रतिरोधकता की परिभाषा दीजिए। एक तार का प्रतिरोध कैसे उसके पदार्थ की प्रतिरोधकता, इसकी लंबाई व अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर करता है?
4. विद्युत चालकता की परिभाषा दीजिए। इसका मात्रक लिखिए। किसी चालक की चालकता कैसे उसके मुक्त इलेक्ट्रॉनों के संख्या घनत्व पर निर्भर करती है?
5. ओमीय व अन्-ओमीय प्रतिरोधों में अंतर स्पष्ट कीजिए। अन्-ओमीय प्रतिरोधों के कुछ उदाहरण दीजिए।
6. पदार्थ की प्रतिरोधकता पर ताप का क्या प्रभाव पड़ता है? ताप बढ़ने पर पदार्थ की विद्युत चालकता क्यों घटती हैं?
7. चित्र में प्रदर्शित प्रतिरोधक पर बाएं पढ़े जाने वाले रंग लाल, नारंगी, हरा व स्वर्णिम हैं। कलर कोड के अनुसार इसका प्रतिरोध क्या है?

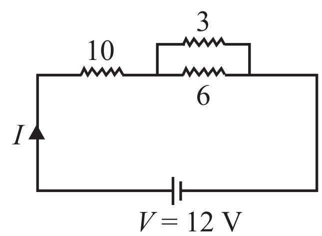


8. R_1, R_2, R_3 प्रतिराधों के तीन प्रतिरोधक (i) श्रेणी क्रम (ii) समान्तर क्रम में जुड़े है। प्रत्येक दशा में तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात करें।
9. किसी सेल के इलेक्ट्रॉनों के बीच विद्युत वाहक बल और विभवान्तर में क्या अंतर है? दोनों के बीच संबंध स्थापित कीजिए।
10. प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों के बीच अन्तर की व्याख्या कीजिए।
11. एक विद्युत नेटवर्क में धाराओं का विद्युत वाहक बलों को नियंत्रित (निर्धारित) करने के लिए किरखौफ के नियम क्या हैं?
12. प्रतिरोध मापन के लिए व्हीटस्टोन विधि का सिद्धांत दीजिए।
13. विभवमापी के सिद्धांत की विवेचना कीजिए।
14. विभवमापी की सहायता से आप एक अज्ञात विभव का मान कैसे ज्ञात करेंगे?
15. दो सैलों के विद्युत वाहक बल की तुलना के लिए विभवमापी विधि का वर्णन कीजिए।
16. एक विभवमापी की सहायता से आप एक सेल का आंतरिक प्रतिरोध कैसे ज्ञात करेंगे? सेल के आंतरिक प्रतिरोध के लिए कौन से कारक उत्तरदायी होते हैं?
17. 1 m लंबे व 0.1 mm त्रिज्या वाले तार का प्रतिरोध 100Ω है। उसके पदार्थ की प्रतिरोध कता ज्ञात कीजिए।

18. 4m लंबे तथा 1mm^2 अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तार में 2A एम्पीयर धारा प्रवाहित हो रही है। यदि तार के पदार्थ के प्रत्येक घन मीटर में 10^{29} मुक्त इलेक्ट्रॉन है तो एक इलेक्ट्रॉन द्वारा तार की पूरी लंबाई को पार करने में लगे औसत समय की गणना कीजिए।

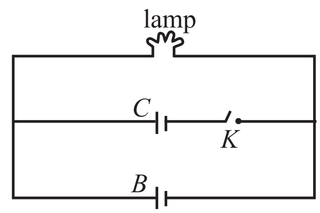
19. मान लीजिए आपके पास तीन प्रतिरोधक हैं जिनमें से प्रत्येक का मान 30Ω है। उन सभी प्रतिरोधकों की सूची बनाइये जो इनकी सहायता से प्राप्त किए जा सकते है।

20. 6.0V विद्युत वाहक बल तथा 1Ω आंतरिक प्रतिरोध वाली बैटरी को जब बाह्य प्रतिरोधक से जोड़ा जाता है तो उसके सिरों के बीच का विभवान्तर गिरकर 5.8V हो जाता है। बाह्य प्रतिरोधक का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



21. चित्र में दिखाए गए परिपथ के लिए धारा I व तुल्य प्रतिरोध R का मान ज्ञात कीजिए।

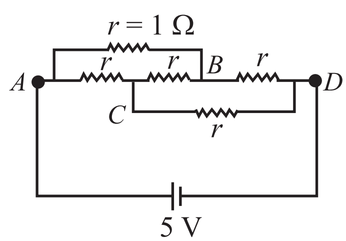
22. दाएं चित्र में दर्शाए गए विद्युत नेटवर्क में एक बल्ब एक संधारित्र व एक बैटरी लगे हैं। बैटरी से सीधे जोड़े जाने पर बल्ब जलता है। इस परिपथ के स्विच को बंद कर देने पर क्या होगा?



23. निम्न व्हीटस्टोन ब्रिज संतुलित है। गणना कीजिए।

    (a) परिपथ के तुल्य प्रतिरोध R का मान

    (b) AB और DC में भुजाओं विद्युत धारा



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

17.1

1. (a) धारा आधी हो जाती है क्योंकि तार का प्रतिरोध दोगुना हो जाता है।

   (b) धारा का मान दोगुना हो जाता है क्योंकि प्रतिरोध आधा हो जाता है।

2. प्रतिरोधकता तार के पदार्थ का गुण है। यह तार की लंबाई या अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल में परिवर्तन के साथ नहीं बदलता।

   $\rho = 2 \times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$

3. $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{8}{0.15} = \dfrac{800}{15} = 53.3\,\Omega$

   $R = \dfrac{P\ell}{A} \qquad \dfrac{800}{15} \qquad \dfrac{3}{2\times10^{-4}} \qquad \dfrac{800\times2\times10^{-4}}{15\times3} = 35.5 \times 10^{-4}\ \Omega\text{m.}$

4. नहीं केवल धात्विक चालक ही एक सीमा तक ओम के नियम का पालन करते हैं। अध ्चालक और विद्युत अपघट्य ओम के नियम का पालन नहीं करते हैं।

5. $I = \frac{q}{\tau} = \frac{n|e|}{t} = \frac{5\times10^{17}\times1.6\times10^{-19}}{1}\text{A} = 0.8\times10^{-3}\text{A} = 0.8 \text{ mA}$

   धारा की दिशा इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह की दिशा के विपरीत अर्थात् दाएं से बाएं होती है।

17.2

1. समान्तर क्रम में 1 एक ऐसी स्थिति में वे अपने कार्यों के लिए आवश्यक विभिन्न ध राएं खींच सकते हैं और विभिन्न स्विचों की सहायता से स्वतंत्र रूप से कार्य कर सकते है।

2. हम एक वोल्टेज स्टेबलाइजर (स्थिरक) का प्रयोग करते हैं।

3. $R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 = 2 + \frac{10}{3} + 7 = 12.3\ \Omega$

17.3

1. $ABCDA$ लूप के लिए किरखौफ के दूसरे नियम का प्रयोग करने पर

   $2I_1 + 4I_1 + 3I_3 = 24$

   $6I_1 + 3I_3 = 24 \quad ...(1) \quad \Rightarrow \quad 2I_1 + I_3 = 8 \quad ....(1)$

   इसी प्रकार लूप $DCBFD$ के लिए हम लिख सकते हैं

   $-3I_3 + 6I_2 = 12 \quad \Rightarrow \quad 2I_2 - I_3 = 4 \quad ...(2)$

   जंक्शन D पर किरखौफ के पहले नियम का प्रयोग करने पर

   $I_2 + I_3 = I_1$

   समीकरण (1) में रखने पर–

   $2I_2 + 3I_3 = 8$

   $2I_2 - I_3 = 4$

   $4I_3 = 4$

   $I_3 = 1A$

   समी. (2) में रखने पर

   $2I_2 = 5 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 2.5 \text{ A}$

2. $\frac{P}{Q} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ और $\frac{R}{S} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$

$\therefore$ ब्रिज संतुलित हैं

अत: $V_B = V_D$ और $I_2 = 0$

$I_1 = \frac{V}{I} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}\text{A}$

और

$I - I_1 = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}\text{A}$

17.4

1. $V = E - Ir$ I का मान बढ़ने पर V घटता है।

2. $R_{20} = R_0\,(1 + 20\,\alpha)$

$R_{40} = R_0\,(1 + 40\alpha)$

$\frac{R_{40}}{R_{20}} = \frac{1 + 40\,\alpha}{1 + 20\,\alpha}$

$\frac{1 + 40\,\alpha}{1 + 20\,\alpha} = \frac{30.16}{30} = 1 + \frac{0.16}{30}$

$1 + \frac{20\,\alpha}{1 + 20\,\alpha} = 1 + \frac{0.16}{30}$

$\frac{20\,\alpha}{1 + 20\,\alpha} = \frac{0.16}{30}$

वज्र गुणन करने पर $600\alpha = 0.16 + 3.2\alpha$

$\Rightarrow \quad \alpha \simeq \frac{0.16}{600} = 2.67 \times 10^{-4}\,\text{K}^{-1}$

3. $I = \frac{V}{R} = \frac{3}{4.5} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}\text{A}$

$V = \quad -Ir \qquad 3 \quad 5 \quad \frac{2}{3}r$

$\therefore r = \frac{2 \times 3}{2} = 3\Omega$

4. $\frac{E_2}{E_1}=\frac{\ell_2}{\ell_1}$ $\quad \frac{1.02}{E_1} \quad \frac{30}{45} \qquad E_1 \quad 0.51 \quad \frac{3}{2} \quad 1.53\text{V}$

5. $\frac{E_2}{E_1}=\frac{\ell_2}{\ell_1}$

$\frac{E_1}{3}=\frac{2}{3}$

$E_1 = 2\ V$

6. $P = IV$

$= 3 \times 0.3 \times 500$

$= 45$ WaH.

7. $I=\frac{P}{V} \qquad I_1 \quad \frac{40}{220} \quad \frac{2}{11}\text{A}$ और $I_2=\frac{100}{220}=\frac{5}{11}\text{A}$

$R=\frac{V^2}{P} \qquad I_1 \quad \frac{40}{220} \quad \frac{2}{11}\text{A} \quad \frac{V^2}{P} \qquad R_1 \quad \frac{220\times 220}{40} \quad 1210$

और $R_2=\frac{220\times 220}{100}=484\Omega$

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

17. $3.14 \times 10^{-6}\ \Omega$m.

18. 32 ms.

19. (i) सभी प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में हैं; तुल्य प्रतिरोधक 90Ω है।

(ii) सभी प्रतिरोधक समांतर क्रम में हैं; तुल्य प्रतिरोध 10Ω है।

(iii) एक प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में जबकि अन्य दो प्रतिरोधक समांतर क्रम में जुड़े हैं, तुल्य प्रतिरोध 45Ω है।

(iv) दो प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में और एक प्रतिरोधक उनके समांतर क्रम में जुड़ा है; तुल्य प्रतिरोध 20Ω है।

20. 29Ω

21. $I = 1\text{A}, R = 12\Omega$

23. (a) $R = r = 1\Omega$ (b) $I = 2.5\text{A}$