6

कार्य, ऊर्जा और शक्ति

आप जानते हैं कि वस्तु में गति लगाए गए बल से उत्पन्न होती है और इसका विवरण न्यूटन के गतिविषयक नियमों द्वारा दिया जाता है। आप यह भी जानते हैं कि बल के प्रयोग से वेग का परिमाण एंव दिशा कैसे परिवर्तित होते हैं। इस पाठ में हमने ***कार्य*** और ***ऊर्जा*** की संकल्पनाओं का समावेश किया है। वर्तमान समाज को अनेक प्रकार के कार्य करने के लिए बहुत अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होती है। आदि मानव कार्य करने के लिए माँसपेशियों की शक्ति का प्रयोग करता था। बाद में मनुष्य की मदद के लिए पशुओं की ऊर्जा उपयोग में लाई जाने लगी। अनेक प्रकार की मशीनों के आविष्कार के साथ कार्य करने की क्षमता में काफी वृद्धि हुई है। हमारी सभ्यता का विकास कार्य करने में उपयोगी ऊर्जा की उपलब्धता पर निर्भर करता है। अत: ऊर्जा और कार्य इन दोनों का हमारी दुनिया से गहरा संबंध है। इस पाठ में आप कार्य और ऊर्जा का अर्थ समझेगें।

उपरोक्त विवेचन से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि नए साधनों के प्रयोग से, अर्थात् जैसे-जैसे हम मानव से पशु और फिर मशीनों के प्रयोग की ओर उन्मुख हुए, कार्य करने की दर में सुधार हुआ। कार्य करने की दर को ***शक्ति*** कहते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात् आप

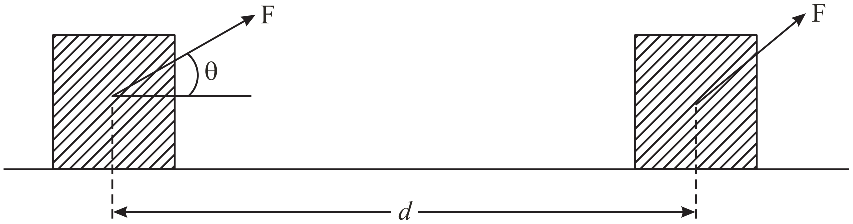
- *बल द्वारा किए गए कार्य को परिभाषित कर सकेंगे और कार्य के मात्रक बता पाएंगे;*
- *किसी पिंड पर आरोपित बल द्वारा किए गए कार्य की गणना कर सकेंगे;*
- *कार्य ऊर्जा प्रमेय का कथन कर पाएंगे;*
- *किसी तंत्र की शक्ति को परिभाषित कर पाएंगे;*
- *किसी द्रव्यमान के एक स्थान से दूसरे स्थान पर जाने में गुरुत्व द्वारा किए गए कार्य की गणना कर सकेंगे;*
- *ऊर्जा के अर्थ को समझा सकेंगे;*

- *गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा और प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के व्यंजक व्युत्पन्न कर पाएंगे?*
- *किसी भौतिक तंत्र के लिए ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांतों को लागू कर पाएंगे और*
- *प्रत्यास्थ संघट्टों में ऊर्जा एंव संवेग संरक्षण के सिद्धान्तों को लागू कर पाएंगे।*

6.1 कार्य

कार्य शब्द का अर्थ अलग-अलग व्यक्तियों के लिए अलग-अलग होता है। जब आप अध्ययन करते हैं तो आप मानसिक कार्य करते हैं। जब एक श्रमिक भवन के ऊपरी तलों पर ईटें या सीमेंट ले जाता है तो गुरुत्व के विपरीत शारीरिक कार्य करता है। विज्ञान में कार्य का एक विशेष अर्थ है। कार्य का तकनीकी अर्थ सदैव सामान्य अर्थ जैसा नहीं होता है। कार्य को निम्न भाँति परिभाषित किया जाता है।

माना कि किसी वस्तु पर एक अचर बल F कार्य करता है। जिसके कारण इस वस्तु में क्षैतिज तल पर एक सीधी रेखा की दिशा में विस्थापन d होता है। (चित्र (6.1)। बल द्वारा किया गया कार्य बल के विस्थापन की दिशा में घटक और विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है



चित्र. 6.1 : एक पिंड पर लगा बल F इसे एक क्षैतिज दूरी d के बराबर विस्थापित करता है। बल विस्थापन की दिशा से θ कोण बनाता है।

यदि बल F विस्थापन की दिशा से θ कोण बनाता है तो विस्थापन की दिशा में बल का घटक $F\cos\theta$ होता है। तब बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = F\cos\theta . d \qquad (6.1)$$

सदिश रुप में, किया गया कार्य निम्न सूत्र के अनुसार दिया जाता है।

$$W = \mathbf{F.d} \qquad (6.2)$$

ध्यान दें, यदि $d = 0$ तो $W = 0$ अर्थात्, चाहे लगाए गए बल का परिमाण कितना भी हो यदि वस्तु में कोई विस्थापन नहीं होता है तो बल द्वारा किया गया कुल कार्य शून्य होता है। इस बात पर भी ध्यान दें कि यद्यपि बल और विस्थापन दोनों सदिश राशियाँ हैं, कार्य एक अदिश राशि है।

क्रियाकलाप 6.1

मान लीजिए आप और आपके मित्र एक कमरे की दीवार को खिसकाने का प्रयत्न करते हैं। चाहे आप जितना भी बल लगाएं दीवार नहीं खिसकती। इसका अर्थ यह हुआ कि ऐसी स्थिति में लगाए गए बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।

कार्य का मात्रक समीकरण (6.2) के द्वारा परिभाषित किया जाता है। यदि आरोपित बल न्यूटन में और विस्थापन मीटर में व्यक्त किया जाए तो कार्य का (मात्रक) जूल होता है।

(बल की इकाई)×(विस्थापन की इकाई) = न्यूटन . मीटर = N m (6.3)

इसको एक विशेष नाम जूल दिया गया है और इसे *J* से व्यक्त करते हैं।

एक जूल, एक न्यूटन बल द्वारा एक मीटर विस्थापन में किए गए कार्य के बराबर होता है। जूल कार्य का SI मात्रक है।

उदाहरण 6.1 : कार्य का विमीय सूत्र ज्ञात कीजिए।

हल : W = बल × विस्थापन

= द्रव्यमान × त्वरण × विस्थापन

∴ कार्य की विमा = $[M] \times [LT^{-2}] \times [L]$

$= [ML^2T^{-2}]$

वैद्युत मापनों में कार्य की इकाई किलोवाट घंटा (kW h) है। इसका जूल के साथ निम्नवत् संबंध है।

$$1 \text{kW h} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

इसका हम इसी पाठ में अन्यत्र विस्तारपूर्वक अध्ययन करेंगे।

उदाहरण 6.2 : एक वस्तु पर 6N का बल क्षैतिज से 60° का कोण बनाते हुए लगाया गया है। वस्तु को क्षैतिज दिशा में 2 मीटर खिसकाने में हुए कार्य की गणना कीजिए।

हल : समीकरण (6.2) से हम जानते हैं कि

$$W = Fd \cos\theta = 6 \times 2 \times \cos 60^\circ = 6 \times 2 \times (½) = 6 \text{ J}$$

उदाहरण 6.3 : एक व्यक्ति भू तल से 5 kg आलू उठाकर 4m की ऊँचाई के प्रथम तल तक ले जाता है। उसके द्वारा किए गए कार्य की गणना कीजिए।

हल : क्योंकि आलूओं को ऊपर उठाया जा रहा है। अत: व्यक्ति को गुरुत्व के विरुद्ध कार्य करना होता है। हम लिख सकते हैं

व्यक्ति द्वारा लगाया गया बल = mg

$= 5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$= 49$ N

अत: उसके द्वारा किया गया कार्य = 49×4 (N m)

$= 196$ J

6.1.1 धनात्मक एवं ऋणात्मक कार्य

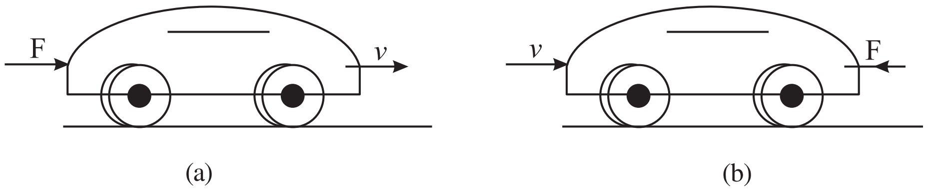
जैसा कि आपने देखा कि किया गया कार्य समीकरण (6.2) द्वारा परिभाषित किया जाता है। जहाँ पर बल और विस्थापन के बीच का कोण θ भी महत्वपूर्ण है। तथ्य यह है कि इसके कारण ऐसी स्थितियाँ उत्पन्न होती हैं जहाँ पर कार्य धनात्मक अथवा ऋणात्मक हो जाता है। नीचे दिये गए उदाहरणों पर विचार कीजिए।

चित्र. 6.2 (a) में कार $+x$ दिशा में गति करती हुई दिखाई गई है और एक बल F उसी दिशा में लगाया गया है। कार की चाल बढ़ती जाती है। बल और विस्थापन दोनों एक ही दिशा में कार्य कर रहे हैं अर्थात् $\theta = 0^\circ$ इसलिए कार्य

$$W = Fd \cos 0^\circ$$

$$= Fd \qquad (6.4)$$

इस दशा में कार्य धनात्मक है।



चित्र. 6.2 : एक क्षैतिज सड़क पर चलती हुई कार a) बल *F* कार की गति की दिशा में कार्य करता है तथा कार की गति में त्वरण उत्पन्न होता है b) बल *F* कार की गति की दिशा के विपरीत कार्य करता है और कार कुछ दूरी चलने के बाद विराम अवस्था में आ जाती है।

चित्र. 6.2 (b) में कार $+x$ दिशा में गति करती है और इसे रोकने के लिए गति की विपरीत दिशा में बल **F** लगाया गया है। अत: इस स्थिति में $\theta = 180^\circ$ इसलिए किया गया कार्य

$$W = Fd \cos 180^\circ.$$

$$= -Fd \qquad (6.5)$$

अत: बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। वास्तव में θ के 90° और 270° के बीच के मानों के लिए बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होता है।

ऊपर के उदाहरण से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं:

a) जब हम कार का त्वरित्र (accelerator) दबाते हैं तो कार की गति की दिशा में बल आरोपित होता है। परिणामस्वरूप कार की चाल बढ़ती है। किया गया कार्य धनात्मक होता है।

b) जब कार के ब्रेक इस्तेमाल किए जाते हैं तो गति की विपरीत दिशा में बल लगता है। कार की चाल कम होने लगती है और अंततोगत्वा यह रुक जाती है। इस दशा में कार्य ऋणात्मक होता है।

c) यदि बल और विस्थापन एक दूसरे के लम्बवत हों, अर्थात् $\theta = 90^\circ$ का कोण बनाते हैं तो ऐसी दशा में बल द्वारा कोई कार्य नहीं किया जाता है।

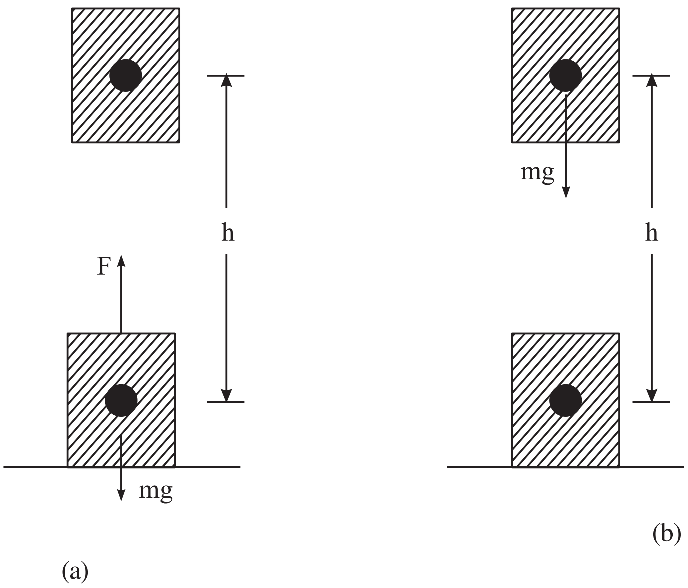
6.1.2 गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य

चित्र.6.3(a) में एक द्रव्यमान m(भार $= mg$) को h ऊँचाई तक उठाया जाता है और चित्र 6.3 (b) में इसी द्रव्यमान को h दूरी तक ही नीचे उतारा जाता है। दोनों स्थितियों में वस्तु का भार mg है। आप पहले पाठ में पाठ में पढ़ चुके हैं कि भार एक बल है।

चित्र. 6.3 (a) में गुरुत्वीय बल mg (जो कि नीचे की ओर लगा है) के विपरीत कार्य किया जा रहा है। यहाँ विस्थापन ऊपर की ओर है ($\theta = 180^\circ$), अतः

$$W = Fd\cos 180^\circ \quad \text{(विस्थापन एवं बल की दिशाएं विपरीत हैं। इसलिए } \theta = 180^\circ)$$

$$= -\,mgh$$



चित्र. 6.3 : a) वस्तु को गुरुत्वीय बल के विपरीत ऊपर उठाया जा रहा है।
b) वस्तु को पृथ्वी की ओर लाया जा रहा है।

चित्र. 6.3(b) में द्रव्यमान को नीचे लाया जा रहा है। इस स्थिति में बल mg और विस्थापन d एक ही दिशा में हैं ($\theta = 0^\circ$) अतः किया गया कार्य

$$W = Fd\cos 0^\circ$$

$$= +\,mgh \qquad (6.6)$$

टिप्पणी – ऊपर प्राप्त परिणामों की व्याख्या करने में सावधानी बरतनी चाहिए। जब किसी वस्तु को ऊपर उठाया जाता है तो गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक – लेकिन वस्तु को ऊपर उठाने में व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है। जब वस्तु को नीचे लाया जाता

है तो गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है लेकिन व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। इन दोनों स्थितियों में यह माना गया है कि वस्तु को बिना त्वरण के स्थानान्तरित किया जा रहा है।

पाठगत प्रश्न 6.1

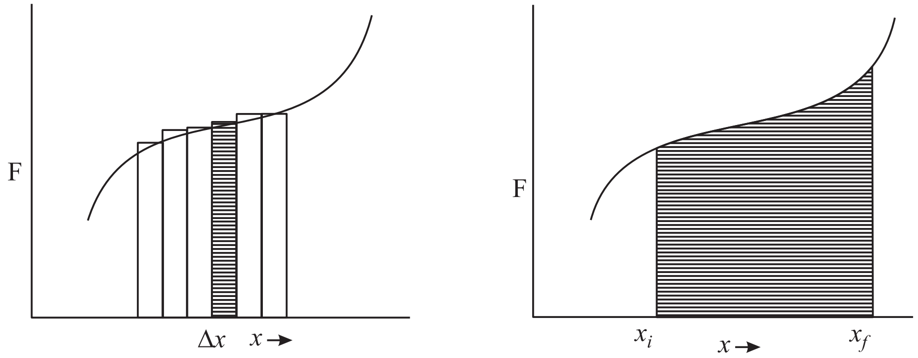
1. जब एक कण वृत्ताकार पथ में चक्कर लगाता है तो उस पर एक बल कार्य करता है। इस बल द्वारा कण पर किए गए कार्य की गणना कीजिए।
2. निम्नांकित में से प्रत्येक के लिए एक उदाहरण दें। जबकि एक बल द्वारा किया जा रहा कार्य
   a) शून्य हो।
   b) ऋणात्मक हो।
   c) धनात्मक हो।
3. एक अनाज के 2 kg के थैले को 5 मीटर ऊँचाई तक उठाया जाता है।
   a) उठाने वाले बल द्वारा कितना कार्य किया जाता है?
   b) गुरुत्वीय बल द्वारा कितना कार्य किया जाता है?
4. एक बल $\mathbf{F} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ N द्वारा उत्पन्न विस्थापन $d = (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$ मीटर है। किए गए कार्य की गणना कीजिए।
5. एक बल $\mathbf{F} = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ N किसी वस्तु को $\mathbf{d} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$ m दूरी विस्थापित करता है।
   a) विस्थापन का परिमाण ज्ञात करें।
   b) बल का परिमाण ज्ञात करें।
   c) बल द्वारा कितना कार्य किया जाता है?

6.2 परिवर्ती बल द्वारा किया गया कार्य

अभी तक आपने उन प्रकरणों का अध्ययन किया है जिनमें किसी वस्तु पर कार्य करने वाले बल का मान अचर हो। लेकिन हो सकता है सदैव ऐसा न हो। कुछ स्थितियों में कार्य के लिए उत्तरदायी बल समय के साथ बदलता रहता है। अब हम ऐसी स्थिति पर विचार करते हैं जहाँ पर बल का परिमाण F(x) वस्तु की स्थितियों x में परिवर्तन के साथ परिवर्तित होता है। आइए इस परिवर्ती बल के द्वारा किए गए कार्य की गणना करें। यह मान लेते हैं कि विस्थापन में x_i से x_f तक परिवर्तन होता है। जहाँ x_i और x_f वस्तु की प्रारंभिक एंव अंतिम स्थितियाँ हैं।

इस प्रकार की स्थितियों में छोटे-छोटे विस्थापन अंतरालों Δx में बहुत से किए गए कार्यों की गणना की जाती है। दरअसल Δx इतना कम लिया जाता है कि इस अंतराल में F(x) का मान अचर माना जा सके। छोटे विस्थापनों Δx में किया गया कार्य

$$\Delta W = F(x)\ \Delta x \qquad (6.7)$$



चित्र. 6.4 : एक परिवर्ती बल F वस्तु को प्रारंभिक स्थिति x_i से अंतिम स्थिति x_f तक विस्थापित करता है। बल का दूरी के साथ विस्थापन (यादृच्छिक) सतत वक्र द्वारा दर्शाया गया है। एक छोटे विस्थापन में किए गए कार्य का अंकित मान चित्र (6.4) में दर्शाया गया क्षेत्रफल F(x)Δx है, जिसे चित्र में आच्छादित क्षेत्रफल द्वारा दर्शाया गया है।

x_i तथा x_f के बीच बल द्वारा किया गया कुल कार्य सभी छोटे-छोटे क्षेत्रफलों के योग के बराबर होता है।

$$W = \Sigma \Delta W$$

$$= \Sigma F\ (x)\ \Delta x \qquad (6.8)$$

पट्टी की चौड़ाई को यादृच्छिक रुप से छोटा बनाया जा सकता है जिससे कि इस प्रकार की सभी छोटी-छोटी पट्टियों का क्षेत्रफल एक साथ जोड़ने पर x_i और x_f के बीच घिरे क्षेत्रफल के बराबर होता है। इसकी गणितीय अभिव्यक्ति इस प्रकार की जाती है।

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} F(x)\ \Delta x \qquad (6.9)$$

6.2.1 एक स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य

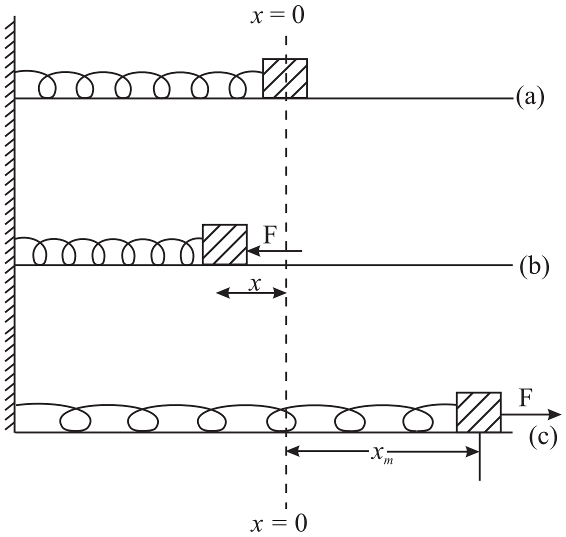
परिवर्ती बल का एक सरल उदाहरण एक स्प्रिंग द्वारा आरोपित बल है। आइए अब हम इस प्रकरण में, किए गए कार्य के लिए, एक व्यंजक व्युत्पन्न करें।

चित्र. 6.5(a) में एक हल्के स्प्रिंग, जिसका एक सिरा एक दृढ़ भित्ति के साथ जुड़ा है और जिसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक ब्लॉक जुड़ा है, की संतुलन अवस्था को दर्शाया गया है। इस व्यवस्था को एक चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा गया है। हम x-अक्ष को क्षैतिज दिशा के अनुदिश ले लेते हैं। माना द्रव्यमान m की स्थिति $x = 0$ है। अब स्प्रिंग को बाह्य बल **F** लगाकर

दबाया (या खींचा) गया। स्प्रिंग के प्रत्यास्थता गुणों के कारण इसमें एक आंतरिक बल $\mathbf{F}_s$ उत्पन्न हो जाऐगा। यह बल $\mathbf{F}_s$, x का मान बढ़ने के साथ बढ़ेगा और जब संपीडन (या दैर्ध्यवृद्धि) का मान अधिकतम, $x = x_m$, होगा तो इसका मान **F** हो जाऐगा।

हुक के नियमानुसार (जो केवल x के अल्प मानों के लिए सत्य है) $|\mathbf{F}_s| = kx$, जहाँ k को स्प्रिंग नियतांक कहा जाता है। क्योंकि $\mathbf{F}_s$ की दिशा सदैव संपीडन (या दैर्ध्य वृद्धि) के विपरीत होती है इसकों हम इस प्रकार लिख सकते है।

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s = -k\mathbf{x} \qquad (6.10)$$



चित्र. 6.5 : एक स्प्रिंग-द्रव्यमान निकाय जिसका एक सिरा दृढ़तापूर्वक जुड़ा है और दूसरे सिरे पर एक द्रव्यमान m है। यह तंत्र एक चिकने क्षैतिज तल पर स्थित है। (a) स्प्रिंग के मुक्त सिरे की विरामावस्था $x = 0$ पर है। b) बाह्य बल F लगाकर स्प्रिंग को दबाया जाता है। c) बाह्य बल F लगाकर स्प्रिंग को खींचा जाता है। अधितम संपीडन/दैर्घ्य x_m है।

अब हम किए गए कार्य का मान ज्ञात करते हैं और यह भी जाँच करते हैं कि यह धनात्मक है या ऋणात्मक। संपीडन की घटना में बाह्य बल **F** और विस्थापन **x** दोनों बाई ओर को है। अत: बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है। लेकिन विस्थापन की समान दिशा के लिए स्प्रिंग में उत्पन्न प्रत्यानयन बल (restoring force) दाई ओर कार्य करता है। अर्थात् **F** और **x** विपरीत दिशा में हैं। स्प्रिंग बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। आप स्प्रिंग के मामले में स्वयं परीक्षण करके इसी निष्कर्ष पर पहुँचेगें। "**बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है लेकिन स्प्रिंग बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है और इसका परिमाण** $(½)\ kx_m^2$ **है।**"

एक सरल गणना द्वारा किए गए कार्य के लिए एक व्यंजक प्राप्त किया जा सकता है। $x = 0$, पर $\mathbf{F}_s = 0$, जैसे-जैसे x बढ़ता है, $\mathbf{F}_s$ भी बढ़ता है और $x = x_m$ पर इसका मान **F** के बराबर हो जाता है। चूँकि विस्थापन के साथ बल के मान में परिवर्तन रेखीय है। अत: संपीडन (या विस्तार) दोनों स्थितियों में औसत बल का मान लगभग $= \left(\dfrac{0+\mathbf{F}_s}{2}\right) = \dfrac{\mathbf{F}_s}{2}$ है।

बल द्वारा किए गए कार्य का परिमाण W= बल × विस्थापन

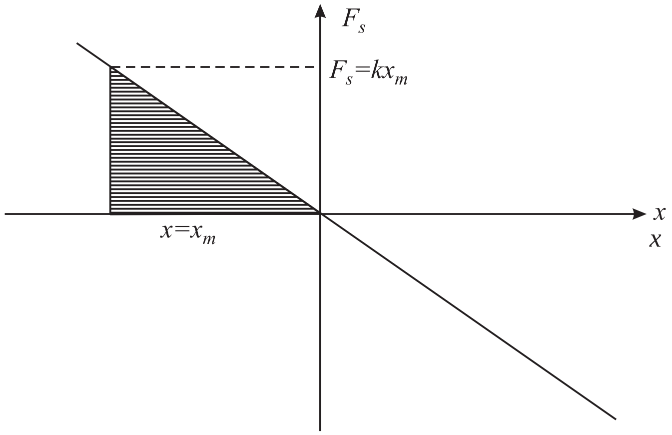
$$= \frac{\mathbf{F}_s}{2} \cdot \mathbf{x},$$

लेकिन $|F_s| = k\,|x_m|$

अत:
$$W = \frac{1}{2} k\, x_m \times x_m$$

$$= \frac{1}{2} k\, x_m^2 \qquad (6.11)$$

किए गए कार्य के मान को आलेखन विधि द्वारा भी प्राप्त किया जा सकता है। यह चित्र. 6.6 में दर्शाया गया है।



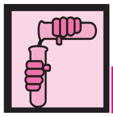
चित्र. 6.6: किया गया कार्य मात्रात्मक रुप से छायाँकित किए गए त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

छायांकित त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार × ऊँचाई

$$W = \frac{1}{2} x_m \times kx_m$$

$$= \frac{1}{2} kx_m^{\,2} \qquad (6.12)$$

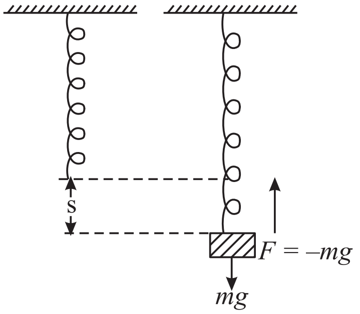
यह विश्लेषणात्मक रुप से प्राप्त समीकरण (6.11) के ही समान है।



क्रियाकलाप 6.2

स्प्रिंग नियतांक का मान ज्ञात करना

एक स्प्रिंग को ऊर्ध्वाधर लटकाएं जैसा कि चित्र 6.7 (a) में दर्शाया गया है। अब स्प्रिंग के निचले सिरे पर एक m द्रव्यमान का गुटका जोड़ दें। ऐसा करने पर स्प्रिंग कुछ दूरी तक खिंचती है।



चित्र. 6.7 : किसी स्प्रिंग की लम्बाई में भार के कारण वृद्धि

इस विस्तार को मापिए। मान लीजिए यह चित्र 6.7 (b) में दर्शाए अनुसार B है। क्योंकि स्प्रिंग बल (प्रत्यानयन बल) जिसकी दिशा ऊर्ध्वारत: ऊपर की ओर है, गुटके के साम्यावस्था में भार mg को संतुलित करता है। आप स्प्रिंग नियताँक का मान इस प्रकार प्राप्त कर सकते हैं

$$F_s = k.s$$

या $$mg = k.s$$

अत: $$k = \frac{mg}{s} \qquad (6.13)$$

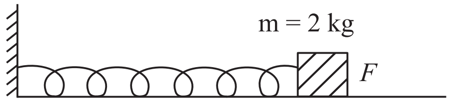
उदाहरण 6.4: एक 2 किलोग्राम द्रव्यमान को एक हल्के स्प्रिंग से जोड़ा जाता है, जिसका स्प्रिंग नियताँक $k = 100\ \text{Nm}^{-1}$ है। स्प्रिंग को 10 cm खींचने में बाह्य बल द्वारा किए कार्य की गणना कीजिए।

हल:

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2$$

$$= 50 \times 0.01 = 0.5\ \text{J}$$



चित्र. 6.8: एक क्षैतिज सतह पर एक स्प्रिंग के साथ-साथ 2 kg द्रव्यमान जोड़ा गया है।

जैसा कि पहले बताया जा चुका है, स्प्रिंग में प्रत्यानयन बल द्वारा किया गया कार्य = – 0.5 J.

पाठगत प्रश्न 6.2

1. स्प्रिंग नियतांक परिभाषित कीजिए। इसका SI मात्रक लिखिए।

2. 10 N का एक बल, एक स्प्रिंग में 1 cm खिंचाव उत्पन्न करता है। 5 cm खिंचाव उत्पन्न करने के लिए कितने बल की आवश्यकता होगी? इस बल द्वारा कितना कार्य किया जाएगा?

6.3 शक्ति (Power)

आप पहले ही एक बल द्वारा किए गए कार्य की गणना करना सीख चुके हैं। इन गणनाओं में यह विचार नहीं किया कि यह कार्य 1 सेकन्ड में किया गया था या एक घंटे में। लेकिन हमारे दैनिक जीवन में किसी कार्य को करने में लिया गया समय महत्वपूर्ण है। उदाहरण के

तौर पर एक व्यक्ति एक ट्रक में सीमेंट के बोरे लादने में कई घंटों का समय लगा सकता है जबकि मशीन इस कार्य को बहुत कम समय में कर सकती है। इसलिए कार्य करने की दर जानना महत्वपूर्ण है। **कार्य करने की दर को शक्ति कहते हैं।**

यदि Δt समय में ΔW कार्य किया जाता है तो औसत शक्ति को निम्न प्रकार से परिभाषित किया जाता है।

$$\text{औसत शक्ति} = \frac{\text{किया गया कार्य}}{\text{कार्य करने में लिया गया समय}}$$

गणित की भाषा में हम इसको इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (6.14)$$

यदि कार्य करने की दर नियत नहीं है तो ऐसी स्थिति में हम तात्क्षणिक शक्ति (Instantaneous Power) को इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं।

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad (6.15)$$

शक्ति की परिभाषा हमें शक्ति का SI मात्रक ज्ञात करने में सहायता करती है।

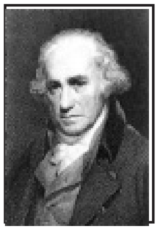
$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$= \text{जूल/सेकेंड} = \text{वाट}$$

इस प्रकार शक्ति का SI मात्रक वाट है जिसे W से दर्शाया जाता है।

यदि कोई अभिकर्ता 1 सेकंड समय में 1 जूल कार्य करता है तो उसकी शक्ति 1 वाट (1W) होती है। और मेगावाट (M W) हैं। 1 kW = (10^3 W) तथा 1MW = (10^6 W)

जेम्स वाट
(1736–1819)



स्काटलैंड देश के निवासी, आविष्कारक, यांत्रिक अभियंता, जेम्स वाट, वाष्प इंजन की दक्षता में सुधार करने के लिए ख्यातिप्राप्त हैं। इससे औद्योगिक क्रांति का मार्ग प्रशस्त हुआ। उन्होंने शक्ति के मात्रक के रुप में अश्व शक्ति को समाविष्ट किया। उनके सम्मान में शक्ति के SI मात्रक का नाम वाट रखा गया।

जेम्स वाट द्वारा किए गए महत्वपूर्ण आविष्कार है: वाष्पचालित रेल का इंजन, दूरियाँ नापने के लिए दूरदर्शी में लगाया जाने वाला एक संलग्नक (attachment)।

उदाहरण 6.5 : शक्ति की विमाएं ज्ञात कीजिए।

हल : चूँकि शक्ति $P = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$

$$= \text{बल} \times \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$\therefore P \text{ की विमाएं} = [\text{द्रव्यमान}] \times [\text{त्वरण}] \times \frac{[\text{दूरी}]}{[\text{समय}]}$$

$$= [M] \times \frac{L}{T^2} \times \frac{L}{T}$$

$$= [ML^2T^{-3}]$$

आपने बिजली के मिस्त्री को मशीन की शक्ति को अश्व शक्ति के रुप में व्यक्त करते सुना होगा। यह मात्रक ब्रिटिश प्रणाली के अन्तर्गत प्रयोग में लाया जाता था और संक्षेप में इसे *hp* लिखा जाता है। यह शक्ति का एक बड़े परिमाण वाला मात्रक है।

$$1\text{hp} = 746 \text{ W} \qquad (6.16)$$

शक्ति का मात्रक कार्य (ऊर्जा) के एक नए मात्रक को परिभाषित करने में प्रयोग किया जाता है। ऐसा एक मात्रक किलोवाट घंटा (kilowatt hour) है। इस मात्रक का प्रयोग सामान्यतया विद्युत संबंधी मापनों में किया जाता है।

$$1 \text{ किलोवाट घंटा (kW h)} = 1 \text{ kW} \times 1 \text{ h}$$

$$= 10^3 \text{ W} \times 3600\text{s}$$

$$= \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ s}} \times 3600 \text{ s}$$

$$= 36{,}00{,}000 \text{ J} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

अथवा $$1 \text{ kW h} = 3.6 \text{ MJ (मेगा जूल)} \qquad (6.17)$$

घर में खपत हाने वाली बिजली का मापन किलावाट घंटों में किया जाता है। सामान्य आदमी की भाषा में 1kW h(1 किलोवाट घंटा) = एक इकाई बिजली की खपत

पाठगत प्रश्न 6.3

1. एक 100 kg द्रव्यमान की वस्तु को 10 सेकंड में 8 मीटर की ऊँचाई तक उठाया जाता है। उठाने वाले की शक्ति की गणना कीजिए।

2. 10 अश्व शक्ति को किलो वाट में व्यक्त कीजिए।

6.5 कार्य तथा गतिज ऊर्जा

आपको ज्ञात है, कि कार्य करने की क्षमता को ऊर्जा कहते हैं। यदि किसी में ऊर्जा है तो इसका तात्पर्य यह हुआ कि उसमें कार्य करने की क्षमता है। सड़क पर चलने वाली मोटर गाड़ी, ईंधन (सी.एन.जी., पेट्रोल, डीजल) की रासायनिक ऊर्जा का उपयोग करती है। यह अपने सामने आनेवाली वस्तु को कुछ दूरी तक धकेल सकती है। अर्थात् यह कार्य कर सकती है। सभी गतिशील वस्तुओं में ऊर्जा निहित होती है और इसकी सहायता से वे विराम अवस्था में आने से पूर्व कार्य कर सकती हैं। इस प्रकार की ऊर्जा को गतिज ऊर्जा (kinetic energy) कहते हैं। गतिज ऊर्जा किसी वस्तु में उसकी गति के कारण होती है।

आइए, हम एक m द्रव्यमान की वस्तु पर सरल रेखीय गति की दिशा में एक अचर बल F लगाए जाने की स्थिति पर विचार करते हैं। यह बल F एकसमान त्वरण a उत्पन्न करता है, जिसका F से संबंध $F = ma$ द्वारा व्यक्त किया जाता है। अब माना कि वस्तु की चाल समय t_1 पर υ_1 और समय t_2 पर υ_2 है। इस समय अंतराल $(t_2 - t_1)$ में वस्तु s दूरी तय करती है। गति के समीकरणों का प्रयोग करने पर हम लिख सकते हैं।

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2as$$

या

$$a = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2s} \qquad (6.18)$$

इस परिणाम को न्यूटन के द्वितीय गति नियम के साथ संयुक्त करने पर हम लिख सकते हैं कि

$$F = m \times \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2s}$$

हम जानते हैं कि बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = Fs$$

अत:

$$W = m \times \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2s}\, s$$

$$= \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$$

$$= K_2 - K_1 \qquad (6.19)$$

जहाँ $K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ और $K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$ क्रमश: वस्तु की अंतिम एंव प्रारंभिक गतिज ऊर्जा निर्दिष्ट करते हैं।

$(K_2 - K_1)$ गतिज ऊर्जा में परिवर्तन है जो कि बल द्वारा किए गए कार्य के बराबर है।

गतिज ऊर्जा एक अदिश राशि है (यह द्रव्यमान एवं वेग के वर्ग के गुणनफल पर निर्भर करती है। इससे कुछ अन्तर नहीं आता कि द्रव्यमान एवं वेग में कौन कम या अधिक है। कुल मान $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ से ही गतिज ऊर्जा का निर्धारण होता है।

उदाहरण 6.6 : $4.0\ m\ s^{-1}$ के प्रारंभिक वेग से 10 kg द्रव्यमान की एक वस्तु चल रही है। इस पर 30 N का एक बल 2 सेकन्ड के लिए लगाया जाता है।

i) दो सेकंड के बाद वस्तु का अंतिम वेग क्या होगा?

ii) इस अवधि में कितना कार्य हो जाएगा?

iii) प्रारंभिक गतिज ऊर्जा कितनी है?

iv) अंतिम गतिज ऊर्जा कितनी है?

v) इस अवधि में वस्तु द्वारा कितनी दूरी तय की गई?

vi) दर्शाएं कि किया गया कार्य गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर है।

हल :

i) बल $(F) = ma$

या $a = F/m$

$= 30/10 = 3\ m\ s^{-2}$

अंतिम वेग $v_2 = v_1 + at$

$= 4 + (3 \times 2)$

$= 10\ m\ s^{-1}$

ii) 2 सेकंड में तय की गई दूरी

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = (4\times2) + \frac{1}{2}(3\times4) = 8 + 6 = 14\ m$$

∴ किया गया कार्य $W = F \times S$

$= 30 \times 14 = 420\ J$

iii) प्रारंभिक गतिज ऊर्जा

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$= \frac{1}{2}(10 \times 16) = 80\ J$$

iv) अंतिम गतिज ऊर्जा

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$= \frac{1}{2}(10 \times 100) = 500\ J$$

v) तय की गई दूरी (जैसी कि ऊपर गणना की जा चुकी है) = 14 मीटर

vi) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$K_2 - K_1 = (500 - 80) = 420\ J$$

जो कि किए गए कार्य के बराबर है।

कार्य-ऊर्जा प्रमेय

"किसी वस्तु पर लग रहे सभी बलों के परिणामी बल द्वारा किया गया कार्य वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है।"

पाठगत प्रश्न 6.4

1. क्या किसी कण की गतिज ऊर्जा का मान ऋणात्मक हो सकता है? क्यों?

2. एक कण की गतिज ऊर्जा में क्या परिवर्तन होगा यदि

   a) कण का वेग दो गुना कर दिया जाए?

   b) कण का द्रव्यमान *m* आधा अर्थात् *m*/2 हो जाए?

3. 3.6 J गतिज ऊर्जा से चल रही कोई वस्तु 180 N m^{-1} बल नियताँक के एक स्प्रिंग से संघट्ट करती है। स्प्रिंग में अधिकतम कितना संपीडन होगा?

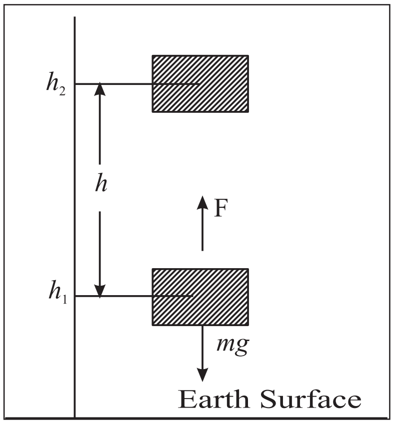
4- एक 1000 kg द्रव्यमान की कार 90 km h^{-1} की चाल से जा रही है। ब्रेक प्रयोग किए जाने पर कार ब्रेक लगाए गए स्थान से 15 मीटर दूर जाकर रुकती है। रोधकों (breaks) द्वारा लगाया जाने वाला औसत बल कितना है? यदि कार ब्रेक लगाने के बाद 25 सेकंड में रुकती है तो, रोधकों (brakes) की औसत शक्ति की गणना करें।

5. यदि एक बाह्य बल किसी स्प्रिंग के संपीडन में 375 J कार्य करता है तो स्प्रिंग द्वारा स्वंय कितना कार्य किया गया?

6.6 स्थितिज ऊर्जा

हम पिछले अनुच्छेद में यह विवेचन कर चुके हैं कि गतिशील वस्तु में एक ऊर्जा निहित होती है। इस ऊर्जा को **गतिज ऊर्जा** का नाम दिया गया है। वस्तुओं में उनकी स्थिति के कारण भी एक ऊर्जा होती है जिसे **स्थितिज ऊर्जा** कहते हैं। इसका एक चिर परिचित उदाहरण गुरुत्वीय क्षेत्र में वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा है। आइए इस ऊर्जा को समझें।

6.6.1 गुरुत्वीय क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा



चित्र. 6.9: *m* द्रव्यमान के पिंड को h_1 से h_2 ऊँचाई तक उठाया गया है।

माना एक व्यक्ति *m* द्रव्यमान की किसी वस्तु को भूतल से ऊपर h_1 ऊँचाई से h_2 ऊँचाई पर ले जाता है। हम यह भी मान लेते हैं कि गुरुत्वजनित त्वरण का मान नियत रहता है। द्रव्यमान को गुरुत्वीय बल के विरुद्ध $h = (h_2 - h_1)$ दूरी तक विस्थापित किया गया है। इस बल का परिमाण *mg* है और यह ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य कर रहा है। इसलिए व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य

$$W = \text{बल} \times \text{दूरी}$$

$$= mgh \qquad (6.20)$$

यह कार्य धनात्मक है और द्रव्यमान m में ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता है। किसी वस्तु की दिकस्थान में स्थिति के कारण, उसमें निहित ऊर्जा वस्तु की गुरुत्वीय **स्थितिज ऊर्जा** कहलाती है। इसके कारण वस्तु में कार्य करने की क्षमता रहती है। यदि द्रव्यमान को मुक्त छोड़ दिया जाए तो यह नीचे गिरेगा और इस गिरने की अवधि में इससे कुछ कार्य लिया जा सकता है। उदाहरणतया यदि इसे घिरनी से गुजरती हुई किसी डोरी से एक दूसरे द्रव्यमान के साथ जोड़ दिया जाए तो यह उस दूसरे द्रव्यमान को ऊपर उठा सकती है।

इस विवेचना में प्रारंभिक ऊँचाई h_1 का चयन यादृच्छिक है। महत्वपूर्ण विषय ऊँचाई में परिवर्तन $(h_2 - h_1)$ है। इसलिए हम कहते हैं कि दिक्स्थान में किसी भी बिंदु को शून्य स्थितिज ऊर्जा के संदर्भ बिंदु के रुप मे चुना जा सकता है। सामान्यत: धरातल पर स्थित किसी बिंदु को शून्य स्थितिज ऊर्जा के संदर्भ बिंदु के रुप में लिया जा सकता है।

उदाहरण 6.7 : एक ट्रक में चीनी के बोरे लदे हैं बोरों सहित ट्रक का कुल द्रव्यमान 100,000 kg है। ट्रक एक पहाड़ी पर घुमावदार रास्ते पर ऊपर चढ़ रहा है और 1 घंटे में 700 मीटर ऊँचाई तक जाता है। इस कार्य के लिए इंजन की औसत शक्ति कितनी होनी चाहिए?

हल :

$$W = mgh$$

$$= (100{,}000\ kg) \times (9.8\ \text{m s}^{-2} \times 700\ m)$$

$$= 9.8 \times 7 \times 10^7\ \text{J}$$

$$= 68.6 \times 10^7 \text{J}$$

लिया गया समय = 1 घंटा = 60 × 60 सेकंड

= 3600 सेकंड

औसत शक्ति, $P = W/t$

$$= \frac{68.6 \times 10^7\ \text{J}}{3600\ \text{s}}$$

$$= 1.91 \times 10^5\ \text{W}$$

हम जानते हैं कि 746 W = 1 hp (अश्व शक्ति)

$$\therefore \quad P = \frac{1.91 \times 10^5}{746} = 2.56 \times 10^2 = 256\ hp$$

उदाहरण 6.8 : जल विद्युत उत्पादन में ऊँचाई से गिरते पानी द्वारा टरबाईन की पंखुड़ियों को घुमाकर विद्युत उत्पन्न की जाती है। एक पावर स्टेशन में $1000 \times 10^3\ kg$ पानी एक सेकण्ड में 51 मीटर ऊँचाई से गिरता है।

i) गिरते हुए जल द्वारा किए गए कार्य की गणना कीजिए।

ii) आदर्श स्थितियों में कितनी शक्ति उत्पन्न की जा सकती है?

हल :

i) शीर्ष पर पानी की स्थितिज ऊर्जा = mgh

$$\text{P.E.} = (1000 \times 10^3 \text{ kg}) \times (9.8 \text{ ms}^{-2}) \times (51 \text{ m}).$$
$$= 9.8 \times 51 \times 10^6 \text{ J}$$
$$= 500 \times 10^6 \text{ J}$$

पानी की स्थितिज ऊर्जा में ह्रास होता है और यह टरबाइन की पंखुड़ियों को घुमाने में प्रयोग होती है।

$$W = \text{बल} \times \text{दूरी}$$
$$= mg \times h$$
$$= 1000 \times 10^3 \times 9.8 \times 51 \text{ J}$$
$$= 500 \times 10^6 \text{ J}$$
$$= 500 \text{ M J}$$

ii) प्रति सेकंड किया गया कार्य

$$P = W/t$$
$$= \frac{500 \text{ M J}}{1 \text{ s}}$$
$$= 500 \text{ MW}$$

यहाँ आदर्श स्थितियों से तात्पर्य यह है कि घर्षण बलों के कारण कोई ऊर्जा क्षय नहीं होती। मशीनों में निश्चित रुप से ऊर्जा ह्रास होता है। यह ह्रास कम से कम किए जा सकते हैं लेकिन पूर्ण रुप से खत्म नहीं किए जा सकते हैं।

6.6.2 कमानी (स्प्रिंग) की स्थितिज ऊर्जा

अब आप यह समझ चुके हैं कि किसी स्प्रिंग को संपीडित करने या खींचने के लिए एक बाह्य बल की आवश्यकता होती है। ये स्थितियाँ चित्र 6.5 में दशाई गई हैं। मान लें कि स्प्रिंग का बल नियताँक k है। इस स्प्रिंग को x दूरी के बराबर संपीडित किया जाता है। समीकरण (6.11) की सहायता से बाह्य बल द्वारा स्प्रिंग को संपीडित करने में किया गया कार्य

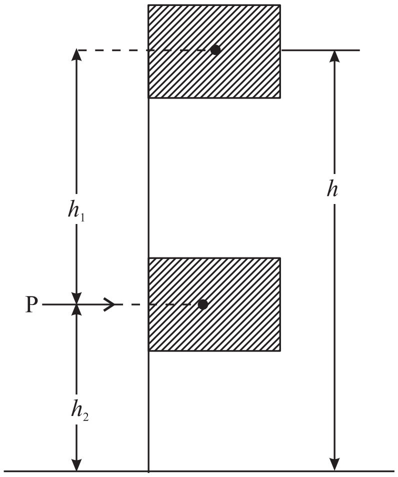
$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

यह कार्य स्प्रिंग में प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता हैं जब स्प्रिंग को मुक्त किया जाता है तो यह झटके के साथ पीछे हटता है और स्प्रिंग में संचित प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा m द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा में बदल जाती है।

6.6.3 ऊर्जा का संरक्षण

हम अपने चारों ओर ऊर्जा के अनेक रुप देखते हैं, जिनमें से कुछ हमारे लिए अन्य रुपों की अपेक्षा अधिक जाने पहचाने हैं। उदाहरण के लिए विद्युत ऊर्जा, तापीय ऊर्जा, गुरुत्वीय ऊर्जा, रासायनिक ऊर्जा और नाभिकीय ऊर्जा आदि। इन ऊर्जाओं का एक दूसरे के साथ निकट संबंध

है क्योंकि इनमें से प्रत्येक का अन्य रुपों में परिवर्तन संभव है। ऊर्जा संबंधी एक मूलभूत नियम है: ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत। इसके अनुसार **''एक विलगित निकाय की कुल ऊर्जा सदैव स्थिर रहती है''**। ऊर्जा का रुप परिवर्तित हो सकता है। यह एक रुप से दूसरे रुप में परिवर्तित हो सकती है। लेकिन निकाय की पूरी ऊर्जा सदैव अपरिवर्तित रहती है। एक विलगित निकाय में, यदि एक प्रकार की ऊर्जा का ह्रास होता है तो समान मात्रा में दूसरे प्रकार की ऊर्जा में वृद्धि होती है। अत: ऊर्जा न तो उत्पन्न की जा सकती है और न ही इसका क्षय होता है। हमारा ब्रह्माण्ड भी एक विलगित निकाय है क्योंकि इसके परे कुछ भी नहीं है। इसलिए यह कहा जाता है कि ब्रह्मांड की कुल ऊर्जा सदैव समान रहती है भले ही प्रत्येक क्षण ब्रह्मांड में अनेकों परिवर्तन होते रहते हैं। यह बहुत महत्व का नियम है। इस नियम द्वारा विज्ञान में अनेक नई खोजें हुई हैं और यह नियम कभी गलत नहीं पाया गया।



चित्र. 6.10 : *m* द्रव्यमान को पृथ्वी की सतह से *h* ऊँचाई तक उठाया जाता है। वहाँ से यह द्रव्यमान मुक्त रुप से गिर कर h_2 ऊँचाई पर आता है। बिंदु P पर कुल ऊर्जा उच्चतम बिंदु पर ऊर्जा के बराबर है।

एक थर्मल पावर स्टेशन में कोयले की रासायनिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में परिवर्तित किया जाता है। विद्युत ऊर्जा मशीनों को चलाती है। इन मशीनों में विद्युत ऊर्जा यांत्रिक ऊर्जा, प्रकाश ऊर्जा और ताप ऊर्जा में परिवर्तित होती है।

ऊर्जा संरक्षण का नियम जितना हम सोचते हैं उससे अधिक व्यापक है। यह बड़े ग्रहों और तारों से लेकर सबसे छोटे नाभिकीय कणों के लिए लागू होता है।

(a) मुक्त रुप से गिरते पिंडों के लिए यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण।

क्योंकि इस समय हमारे विवेचन का विषय यांत्रिक ऊर्जा है, आइए, यांत्रिक ऊर्जा के प्रकरण में ऊर्जा संरक्षण नियम की सत्यता की जाँच मुक्त रुप से गिरते हुए पिंडों के लिए करें।

मान लें कि m द्रव्यमान की एक वस्तु को धरातल से h ऊँचाई तक उठाया जाता है। किया गया कार्य mgh के बराबर हुआ जो कि वस्तु में स्थितिज ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता है। अब इस वस्तु को मुक्त रुप से h_1 दूरी के बराबर (शीर्ष से) नीचे गिरने दिया जाता है। अब हम इस वस्तु की ऊर्जा का मान ज्ञात करते हैं। धरातल से वस्तु की ऊचाई $h_2 = h - h_1$ है (चित्र 6. 10)। इस बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा $= mgh_2$

जब कोई वस्तु मुक्त रुप से गिरती है तो इसमें त्वरण उत्पन्न होता है और इसकी गति बढ़ती है। हम वस्तु के h_1 दूरी गिर जाने पर प्राप्त वेग की गणना समीकरण

$$v^2 = u^2 + 2gs$$ के उपयोग से कर सकते हैं। (6.21)

जहाँ s पिंड द्वारा चलित दूरी एवं u इसका प्रारंभिक वेग है। h_1 दूरी गिरने की प्रक्रिया में $u = 0$ एवं $s = h_1$

समी. 6.21 से $\qquad v^2 = 2gh_1$

बिंदु P पर गतिज ऊर्जा होगी

$$\text{K.E} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{m}{2} \times 2gh_1$$

$$= mgh_1 \qquad (6.22)$$

बिंदु P पर कुल ऊर्जा है

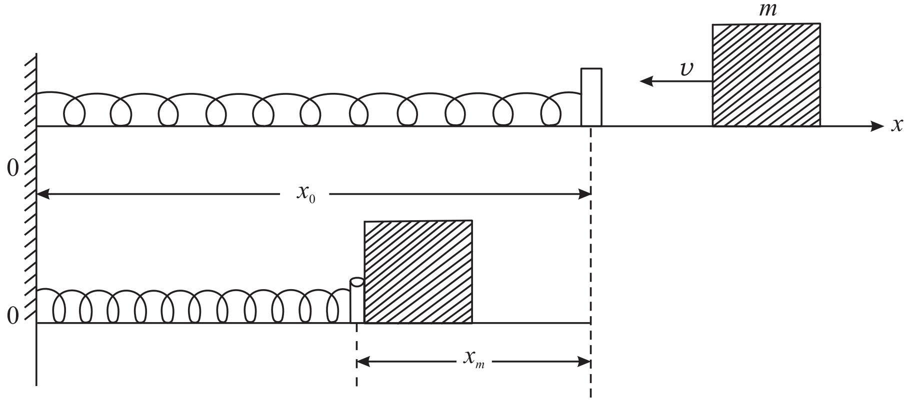
गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा $= mgh_1 + mgh_2 = mgh_1 + mg(h - h_1)$

$$= mgh \qquad (6.23)$$

यह अधिकतम ऊँचाई पर स्थितिज ऊर्जा के बराबर है। **अतः कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है।**

(b) एक स्प्रिंग से जुड़े हुए द्रव्यमान के दोलन के लिए यांत्रिक ऊर्जा का संरक्षण

चित्र 6.11 एक चिकने क्षैतिज समतल पर स्थित एक स्प्रिंग को दर्शाता है जिसका एक सिरा दृढ़ दीवार से जुड़ा है और दूसरा सिरा समतल पर रखे एक गुटके के साथ जुड़ा है। स्प्रिंग की विश्रांत अवस्था में इसका मुक्त सिरा x_0 स्थिति में है। स्प्रिंग के अनुदिश एक m द्रव्यमान का गुटका v वेग से आकर इस मुक्त सिरे से टकराता है और इसे x_m स्थिति तक संपीडित कर देता है। यह अधिकतम संपीडन है। स्थिति x_0 पर स्प्रिंग-द्रव्यमान निकाय की कुल ऊर्जा $\frac{1}{2}mv^2$ है जो कि द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा है। स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा शून्य है। अधिकतम संपीडन की स्थिति में, स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा $\frac{1}{2}k\,x_m^2$ है और द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा शून्य है। अब इस स्थिति में कुल ऊर्जा $\frac{1}{2}k\,x_m^2$ है।



चित्र. 6.11 : एक m द्रव्यमान का गुटका क्षैतिज तल में v वेग से गतिशील है और यह एक स्प्रिंग से टकराता है। स्प्रिंग में अधिकतम संपीडन x_m है।

$$\text{स्पष्टतया } \frac{1}{2}k\,x_m^2 = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6.24)$$

संघट्ट के पूर्व (गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा) = संघट्ट उपरांत (गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा)

$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_m^2 \qquad (6.25)$$

अर्थात् कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है।

नाभिकीय अभिक्रियाओं में द्रव्यमान-ऊर्जा संरक्षण

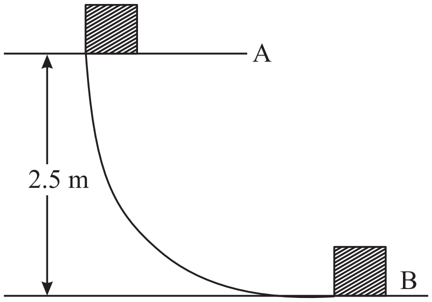
नाभिकीय ऊर्जा अन्य ऊर्जाओं से इस अर्थ में भिन्न है कि यह ऊर्जा के किसी प्रकार के रुपान्तरण से प्राप्त नहीं होती है। इसके विपरीत यह द्रव्यमान के ऊर्जा में रुपान्तरण से उत्पन्न होती है।

अतः नाभिकीय अभिक्रियाओं में द्रव्यमान संरक्षण एवं ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांत मिलकर द्रव्यमान – ऊर्जा संरक्षण का नियम बनाते हैं।

उदाहरण 6.9 : एक 0.5 kg द्रव्यमान का गुटका एक चिकने वक्र तल पर फिसलते हुए 2.5 m ऊँचाई से नीचे गिरकर एक क्षैतिज तल पर पहुँच जाता है (चित्र. 6.12)। ऊर्जा-संरक्षण के सिद्धांत पर निम्नलिखित गणनाएं करें

i) बिंदु A पर ऊर्जा और

ii) बिंदु B पर गुटके की चाल।



चित्र. 6.12 : एक गुटका वक्र तल पर फिसलता है। बिंदु A पर कुल ऊर्जा (केवल स्थितिज) बिंदु B पर पूर्ण रुप से गतिज ऊर्जा में बदल जाती है।

हल :

i) A पर स्थितिज ऊर्जा = mgh

$= (0.5) \times (9.8) \times 2.5$ J

$= 4.9 \times 2.5$ J

$= 12.25$ J

बिंदु A पर गतिज ऊर्जा = 0

अतः कुल ऊर्जा = 12.25 J

ii) बिंदु A पर कुल ऊर्जा बिन्दु B पर कुल ऊर्जा के बराबर होनी चाहिए।

बिंदु A पर कुल ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा + गतिज ऊर्जा) = 12.25 J

बिंदु B पर कुल ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा + गतिज ऊर्जा) = $\frac{1}{2}mv^2$

क्योंकि बिंदु B पर स्थितिज ऊर्जा शून्य है और कुल ऊर्जा केवल गतिज ऊर्जा है।

अत: $\frac{1}{2}mv^2 = 12.25$

$$v^2 = \frac{12.25 \times 2}{0.5}$$

$$= 12.25 \times 4$$

$$v^2 = 49.00$$

$$v = 7.0 \text{ m s}^{-1}$$

टिप्पणी: यह परिणाम गति के समीकरणों की सहायता से भी प्राप्त किया जा सकता है।

$$v^2 = v_0^2 + 2gx$$

$$= 0 + 2 \times 9.8 \times 2.5$$

$$v^2 = 49$$

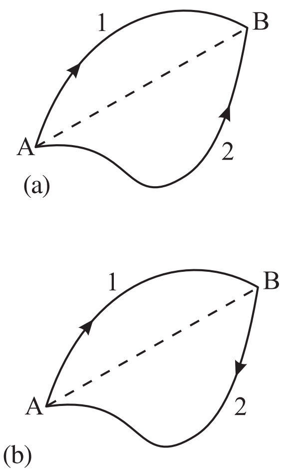
$$v = 7 \text{ m s}^{-1}$$

6.5.4 संरक्षी एंव क्षयकारी (असंरक्षी) बल

(a) संरक्षी बल

हमने देखा कि एक वस्तु पर लगे हुए गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य वस्तु के भार एंव उसके ऊर्ध्वाधर विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है। यदि किसी वस्तु को गुरुत्वीय बल के अधीन बिंदु A से B की स्थिति में विस्थापित किया जाता है तो किया गया कार्य इन बिंदुओं के बीच ऊर्ध्वाधर दूरी पर निर्भर करता है। यह A से B तक पहुँचने के लिए अपनाए गए पथ पर निर्भर नहीं करता है। जब कोई बल इस नियम का पालन करता है तो उसे संरक्षी बल कहा जाता है।

गुरुत्वीय बल, प्रत्यास्थ बल और स्थिर वैद्युत बल संरक्षी बलों के कुछ उदाहरण हैं।



चित्र. 6.13 :a) वस्तु को A से B तक दो अलग-अलग रास्तों से ले जाया जाता है b) इसे पथ 1 से A से B तक ले जाया जाता है और पथ 2 से B से A तक वापस लाया जाता है।

एक संरक्षी बल का गुण यह है कि इसके द्वारा किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है। चित्र 6.13 (*a*) में

W_{AB} (पथ–1 के अनुदिश) = W_{AB} (पथ–2 के अनुदिश)

चित्र. 6.13 (b) वस्तु की दो स्थितियों को दर्शाता है। वस्तु A से B तक पथ 1 से पहुँचती है और पथ 2 से वापस A पर आ जाती है। परिभाषा के अनुसार एक **संरक्षी बल द्वारा पथ 1 की दिशा मे किया गया कार्य पथ 2 की दिशा में किए गए कार्य के बराबर और विपरीत होता है।**

W_{AB} (पथ 1 के अनुदिश)= – W_{BA} (पथ 2 के अनुदिश)

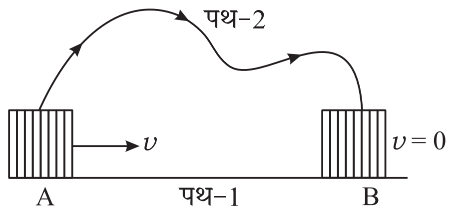
अथवा $$W_{AB} + W_{BA} = 0 \quad (6.27)$$

इस परिणाम से संरक्षी बल का एक विशिष्ट गुण प्राप्त होता है कि जब कोई वस्तु एक बन्द पथ पर चलती हुई वापस प्रारंभिक बिंदु पर लौट आती है तो संरक्षी बल द्वारा इस पर किया गया कार्य शून्य होता है।

(b) असंरक्षी बल

घर्षण का बल असंरक्षी बल का एक अच्छा उदाहरण है। चित्र 6.14 एक खुरदरे क्षैतिज तल को दर्शाता है। एक m द्रव्यमान का गुटका बिंदु A पर υ चाल से चल रहा है। सीधी रेखा में कुछ दूर चलने पर यह गुटका बिंदु B पर रुकता है। बिंदु A पर गुटके की गतिज ऊर्जा E = $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ थी। बिंदु B पर इसमें गतिज या स्थितिज ऊर्जा कुछ भी नहीं है। इसकी सारी ऊर्जा व्यय हो गई है। क्या आप जानते हैं कि यह ऊर्जा कहां गई? इसका रुपान्तरण हो गया है। वस्तु द्वारा घर्षण बलों के विरुद्ध कार्य किया गया या दूसरे शब्दों में घर्षण के बल ने गुटके पर ऋणात्मक कार्य किया। निकाय की गतिज ऊर्जा ताप ऊर्जा में रुपान्तरित हो जाती है। अब समान गतिज ऊर्जा युक्त गुटके को पथ 2 पर A से B की ओर चलाते हैं।

यह हो सकता है कि यह बिंदु B तक न पहुँच पाए। यह बिंदु B पर पहुँचने से बहुत पहले ही रुक सकता है। इसका स्पष्ट अर्थ हुआ कि इस पथ में कुछ और कार्य किए जाने की आवश्यकता है। अत: ऐसी स्थिति में किया गया कार्य पथ पर निर्भर करता है।



चित्र. 6.14: एक गुटका एक खुरदरे क्षैतिज तल में एक सरल रेखीय पथ पर चाल υ से पथ 1 पर चलता है और बिंदु B पर विराम अवस्था में आ जाता है b) में यह समान चाल υ से स्थिति A से चलना प्रारम्भ करता है लेकिन अब दूसरे रास्ते (पथ-2) B पर चल कर पर पहुँचता है।

पाठगत प्रश्न 6.5

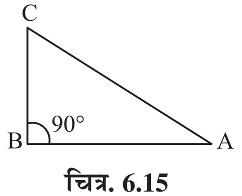
1. ABC एक त्रिभुज है जिसमें AB क्षैतिज है और BC ऊर्ध्वाधर है। AB = 3 m., BC = 4 m और AC=5m है। एक 2 kg द्रव्यमान का गुटका A बिंदु पर है। स्थितिज ऊर्जाओं में क्या परिवर्तन होगा यदि गुटके को

a) A से B तक ले जाया जाए।

b) B से C तक ले जाया जाए।

c) C से A ले जाया जाए।

d) गुरुत्वीय बल द्वारा B से C तक ले जाने के लिए कितना कार्य करना पड़ेगा? (धनात्मक या ऋणात्मक)?



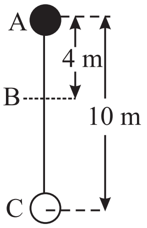
चित्र. 6.15

2. 0.5 kg द्रव्यमान की एक गेंद जमीन से 10 मीटर ऊँचे बिन्दु A पर स्थित है। कार्य ऊर्जा सिद्धांत का प्रयोग करते हुए बतलाइए कि वस्तु को मुक्त रुप से गिरने की अवस्था में

a) बिंदु B पर गेंद की चाल क्या होगी?

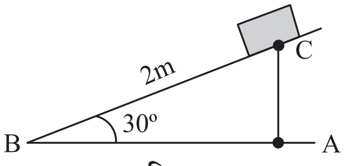
b) बिंदु C पर गेंद की चाल क्या होगी?

c) गुरुत्वीय बल द्वारा गेंद को A से C बिंदु पर लाने में कितना कार्य किया जाएगा? (धनात्मक या ऋणात्मक)?



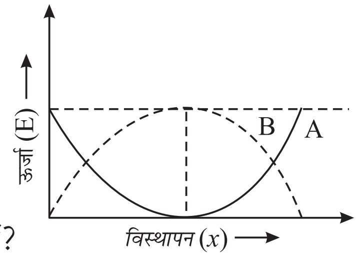
चित्र. 6.16

3. एक आनत तल के शीर्ष से एक गुटका फिसलता है। तल की लंबाई BC = 2 m है और यह क्षितिज से 30° का कोण बनाता है। गुटके का द्रव्यमान 2 kg है। बिंदु B पर गुटके की गतिज ऊर्जा 15.6 J है। असंरक्षी बलों के कारण कितनी स्थितिज ऊर्जा का क्षय होता है? घर्षण बलों का परिमाण क्या है?



चित्र. 6.17

4. चित्र 6.18 में एक साधारण लोलक के गोलक की ऊर्जा E और विस्थापन x के लिए दो वक्र दिये गए हैं। कौन सा वक्र गोलक की स्थितिज ऊर्जा को दर्शाता है और क्यों?



चित्र. 6.18

5. जब किसी निकाय में असंरक्षी बल कार्य करते हैं तो क्या कुल यांत्रिक ऊर्जा स्थिर रहती है?

6.6 प्रत्यास्थ एवं अप्रत्यास्थ संघट्ट

हम दो पिंडों के निकाय पर विचार करते हैं यह एक संवृत्त निकाय है। संवृत्त निकाय से तात्पर्य यह है कि इस पर कोई बाह्य बल कार्य नहीं करता है। यह संवृत निकाय दो गेदें, दो स्प्रिंगों या एक गेंद और एक स्प्रिंग का हो सकता है। जब दो वस्तुएं अन्योन्य क्रिया करती हैं तो इसे संघट्ट कहा जाता है। इसमें कोई बाह्य बल कार्य नहीं करता है।

हम दो निकायों के संघट्ट का प्रकरण लेते हैं और विश्लेषण को सरल बनाने के लिए सम्मुख संघट्ट पर विचार करते हैं। इस प्रकार के संघट्ट में निकाय एक दूसरे के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा या इसके समान्तर गति करते हैं। ये संघट्ट दो प्रकार के होते हैं।

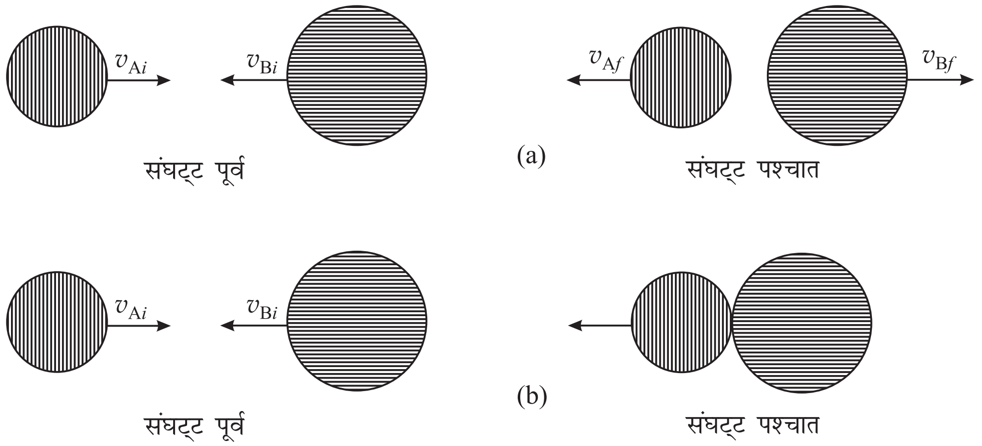
टिप्पणियाँ

(i) पूर्ण प्रत्यास्थ संघट्ट: यदि दो पिण्डों के बीच कार्यकारी बल संरक्षी हों तो निकाय की कुल गतिज ऊर्जा नियत रहती है अर्थात् संघट्ट से पूर्व गतिज ऊर्जा संघट्ट के बाद की गतिज ऊर्जा के बराबर रहती है। इस प्रकार के संघट्टों को पूर्ण प्रत्यास्थ संघट्ट कहा जाता है।

(ii) पूर्ण अप्रत्यास्थ संघट्ट: जब दो संघट्ट करने वाले निकाय संघट्ट के पश्चात आपस में जुड़ जाते हैं और एक इकाई के रुप में चलते हैं तो इस प्रकार के संघट्ट को पूर्ण अप्रत्यास्थ संघट्ट कहते हैं। यह बन्दूक से चली उस गोली की गति के समान है जो लक्ष्य से टकराकर उस ही में धंस जाती है।

6.6.1 प्रत्यास्थ (सम्मुख) संघट्ट

दो गेंदे A और B, जिनके द्रव्यमान क्रमशः m_A और m_B है, सम्मुख संघट्ट करते हैं, चित्र. (6.19)। माना इन गेंदों के संघट्ट के पूर्व वेग υ_{Ai} और υ_{Bi} और संघट्ट के बाद के वेग υ_{Af} और υ_{Bf} है।



चित्र.6.19 : सम्मुख संघट्ट के विन्यास का प्रस्तुतीकरण- (a) प्रत्यास्थ संघट्ट; (b) अप्रत्यास्थ संघट्ट

संवेग संरक्षण एंव गतिज ऊर्जा संरक्षण के नियमों से हम पाते हैं:

संवेग संरक्षण के लिए

$$m_A \upsilon_{Ai} + m_B \upsilon_{Bi} = m_A \upsilon_{Af} + m_B \upsilon_{Bf} \tag{6.28}$$

गतिज ऊर्जा संरक्षण के लिए

$$\frac{1}{2}\, m_A \upsilon_{Ai}^2 + \frac{1}{2} m_{Bi}\ \upsilon_{Bi}^2 = \frac{1}{2} m_A \upsilon_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B \upsilon_{Bf}^2 \tag{6.29}$$

यहाँ पर केवल दो अज्ञात राशियाँ (संघट्ट के बाद के वेग) हैं और हमारे पास दो समीकरण हैं (6.28) एंव (6.29)। हल कठिन नहीं है लेकिन लंबा है। अत: हम केवल परिणाम व्यक्त करते हैं।

$$(\upsilon_{Bf} - \upsilon_{Af}) = -(\upsilon_{Bi} - \upsilon_{Ai}) \tag{6.30}$$

$$v_{Af} = \frac{2m_B v_{Bi}}{m_A + m_B} + \frac{v_{Ai}(m_A - m_B)}{m_A + m_B} \quad (6.31)$$

$$v_{Bf} = -\frac{2m_A v_{Ai}}{m_A + m_B} + \frac{(m_B - m_A)\,v_{Bi}}{(m_A + m_B)} \quad (6.32)$$

अब हम कुछ विशेष स्थितियों का विवेचन करते हैं।

स्थिति I : मान लें संघट्ट करने वाली दो गेंदों के द्रव्यमान समान हैं अर्थात्- $m_A = m_B = m$ तो समीकरण (6.31 और 6.32) के अनुसार

$$v_{Af} = v_{Bi} \quad (6.33)$$

और

$$v_{Bf} = v_{Ai} \quad (6.34)$$

अर्थात् दो समान गेंदों के सम्मुख संघट्ट में संघट्ट के पश्चात उनका वेग विनिमय हो जाता है (अर्थात् एक दूसरे से बदल जाते हैं।)

संघट्ट के पश्चात : i) A का वेग B के संघट्ट-पूर्व वेग के समान है।

ii) B का वेग A के संघट्ट-पूर्व वेग के समान है

अब आप विचार करें कि यदि एक गेंद संघट्ट पूर्व स्थिर है, तो क्या होगा:

माना कि B गेंद विराम अवस्था में है

$$v_{Bi} = 0 \text{ तब } v_{Af} = 0 \text{ और } v_{Bf} = v_{Ai}$$

संघट्ट के पश्चात गेंद A स्थिर हो जाती है और गेंद B गेंद A के संघट्ट पूर्व वेग से गति करती है।

इसी प्रकार गेंदों की संघट्ट पश्चात गतिज ऊर्जा के बारे में भी समान निष्कर्ष पर पहुँचा जा सकता है। ($m_A \neq m_B$) की स्थिति में A की ऊर्जा में पूर्ण या आंशिक क्षय का मान B की गतिज ऊर्जा में वृद्धि के बराबर होता है। नाभिकीय रिएक्टरों में न्यूट्रॉनों की गति कम करने में इन सिद्धांतों की अहम भूमिका है।

स्थिति II : दूसरी रोचक स्थिति में जब कि दोनों कण असमान द्रव्यमान के हों

i) हम मान लेते हैं कि m_B, m_A से काफी बड़ा है। कण B प्रारम्भ में विराम अवस्था में है:

$$m_B >> m_A \text{ और } v_{Bi} = 0$$

द्रव्यमान m_B की तुलना में m_A को नगण्य माना जा सकता है। समीकरण (6.31) और (6.32) से हम पाते हैं

$$v_{Af} \approx -v_{Ai}$$

और

$$v_{Bf} \approx 0$$

संघट्ट के पश्चात भारी कण विराम की अवस्था में ही रहता है। और हल्का कण अपने प्रारंभिक वेग से उल्टी दिशा में वापस लौटता है।

ऐसा ही होता है जब एक बच्चा गेंद को दीवार पर मारता है।

इन परिणामों का प्रयोग परमाणु भौतिकी में किया जाता है। उदाहरण के तौर पर α – कण द्वारा भारी नाभिक, जैसे यूरेनियम, पर प्रहार किए जाने के प्रकरण में।

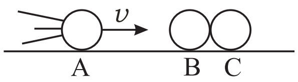
पाठगत प्रश्न 6.6

1 दो सख्त गेंदें एक दूसरे से टकराती हैं जबकि उनमें से एक स्थिर है। क्या संभव है कि –

a) संघट्ट के बाद दोनों गेंदें विराम अवस्था में हों?

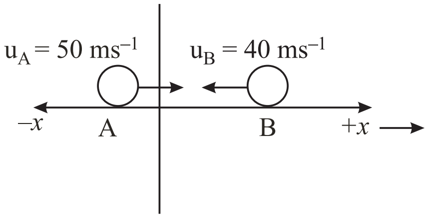
b) क्या यह संभव है कि संघट्ट के बाद उनमें से एक स्थिर रहे?

2. तीन सर्वसम गेंदें A, B, C का निकाय एक सरल रेखीय स्थिति में है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। B और C जुड़ी हुई हैं और विराम अवस्था में हैं। A गेंद v वेग से चलती हुई B गेंद से टकराती हैं (सम्मुख संघट्ट)। संघट्ट पश्चात A, B और C के अलग-अलग वेग क्या होंगे?



चित्र. 6.20

3. 2 kg द्रव्यमान की गेंद A, + x दिशा में 50 m s^{-1} के वेग से गति करती हुई –x दिशा में 40m s^{-1} के वेग से आती हुई 4 kg द्रव्यमान की गेंद B से सम्मुख संघट्ट करती है। संघट्ट के बाद A और B के वेग क्या हैं? संघट्ट प्रत्यास्थ हैं।



चित्र. 6.21

4. एक 1 kg द्रव्यमान की गोली विराम अवस्था में रखे हुए 1 kg द्रव्यमान के लकड़ी के गुटके से टकराती है और उसमें धंस जाती है। संघट्ट से पूर्व गोली का वेग 90m/s है।

a) संघट्ट के बाद निकाय का वेग क्या है?

b) संघट्ट से पूर्व एंव बाद में गतिज ऊर्जाओं की गणना कीजिए।

c) यह किस प्रकार का संघट्ट है: प्रत्यास्थ या अप्रत्यास्थ?

d) संघट्ट में कितनी ऊर्जा का क्षय हुआ है?

5. दो गेंदों के बीच प्रत्यास्थ संघट्ट में क्या प्रत्येक गेंद की गतिज ऊर्जा संघट्ट के बाद परिवर्तित होती है?

आपने क्या सीखा

- एक नियत बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = \mathbf{F.d} = Fd\cos\theta$$

जहाँ θ, F और d के बीच का कोण है। कार्य का मात्रक जूल है। कार्य एक अदिश राशि है।

- कार्य का मान मात्रात्मक रुप से F-x के ग्राफ के बीच के क्षेत्रफल के बराबर होता है।
- हुक का नियम पालन करने वाले प्रत्यास्थ बल द्वारा किया गया कार्य $W = \frac{1}{2}kx^2$ होता है। जहाँ k नियतांक है (प्रत्यास्थ पदार्थ स्प्रिंग या तार के लिए) W का चिह्न स्प्रिंग पर कार्य करने वाले बाह्य बल के लिए धनात्मक है और स्प्रिंग के प्रत्यानयन बल द्वारा किए गए कार्य के लिए ऋणात्मक है। x स्प्रिंग का संपीडन या खिंचाव है।
- k की इकाई न्यूटन/मीटर ($N\ m^{-1}$) है।
- कार्य करने की दर को शक्ति कहते हैं इसका मात्रक $P = W/t = J/s$ अर्थात वाट W है।
- किसी निकाय की ऊर्जा दो रुपों में विद्यमान होती है (i) गतिज ऊर्जा और (ii) स्थितिज ऊर्जा।
- v वेग से चलती हुई m द्रव्यमान की वस्तु की गतिज ऊर्जा $E = \frac{1}{2}mv^2$ होती है। यह एक अदिश राशि है।
- कार्य–ऊर्जा प्रमेय के कथनानुसार सभी बलों द्वारा किया गया कार्य वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है।

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

- एक संरक्षी बल द्वारा एक कण पर किए गए कार्य का मान कण की यांत्रिक ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है अर्थात् गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा के योग में परिवर्तन के बराबर। दूसरे शब्दों में संरक्षी बलों के अधीन यांत्रिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है।

$$\Delta E = (E_f - E_i)_P + (E_f - E_i)_k$$
$$= (\Delta E)_P + (\Delta E)_k$$

- एक संरक्षी बल द्वारा किसी वस्तु पर एक बंद पथ में किया गया कार्य (जबकि वस्तु अपनी प्रारंभिक अवस्था में पहुँच जाती है) शून्य होता है।
- एक संरक्षी बल द्वारा किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है। यह केवल वस्तु की प्रारंभिक एवं अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है।
- एक असंरक्षी बल द्वारा वस्तु पर किया गया कार्य वस्तु की गति के पथ पर निर्भर करता है। पूर्ण यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती।
- एक कण की स्थितिज ऊर्जा एक संरक्षी क्षेत्र में उसकी स्थिति के कारण होती है।
- एक संपीडित या तने हुए स्प्रिंग में संचित ऊर्जा प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा कहलाती है। इसका मान $\frac{1}{2}kx^2$ होता है। जहाँ k स्प्रिंग नियतांक एंव x विस्थापन है।
- पृथ्वी की सतह के समीप m द्रव्यमान की किसी वस्तु में संचित ऊर्जा mgh होती है। इसे गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं। यहाँ h ऊर्ध्व दिशा में द्रव्यमान की स्थिति में परिवर्तन है। शून्य स्थितिज ऊर्जा का तल यादृच्छिक है।

- एक विलगित निकाय में एक प्रकार की ऊर्जा का दूसरे प्रकार की ऊर्जा में रुपान्तरण संभव है। लेकिन ऊर्जा को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है। कुल ऊर्जा सदैव अचर रहती है।
- संवेग संरक्षण का नियम किसी भी प्रकार के संघट्ट की स्थिति में लागू होता है।
- प्रत्यास्थ संघट्ट में गतिज ऊर्जा भी संरक्षित रहती है जबकि अप्रत्यास्थ संघट्ट में ऐसा नहीं होता है।

पाठांत प्रश्न

1. यदि दो कणों की गतिज ऊर्जा समान हो तो क्या उनके संवेग भी समन होंगे? समझाइए।
2. एक गतिशील कण एक विराम अवस्था वाले कण से संघट्ट करता है। क्या यह संभव है कि संघट्ट के बाद वे दोनों विराम अवस्था में आ जाएं?
3. क्या किसी तंत्र की कुल यांत्रिक ऊर्जा का मान स्थिर हो सकता है जबकि तंत्र में क्षयी बल लगे हों?
4. एक बच्चा 20 m s^{-1} के वेग से एक गेंद को ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर फेंकता है।

   (a) किस बिन्दु पर गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी?

   (b) किसी बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा अधिकतम होगी?
5. एक 20 m s^{-1} वेग से चलता हुआ 3 kg द्रव्यमान का एक गुटका एक 1200 N m^{-1} बल नियतांक वाले स्प्रिंग से संघट्ट करता है। स्प्रिंग में उत्पन्न हुए अधितम संपीडन का मान ज्ञात कीजिए।
6. प्रश्न 5 में यदि गुटके की गतिज ऊर्जा स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा से दो गुनी हो तो स्प्रिंग का संपीडन कितना होगा?
7. एक विद्युत बल्ब की शक्ति 60W है। 12 घंटा प्रतिदिन के हिसाब से 30 दिन में व्यय हुई विद्युत ऊर्जा का मान ज्ञात करें।
8. 1000 *kg* की पानी प्रति सेकंड 120 मीटर की ऊँचाई से नीचे गिरता है। इस गिरते हुए पानी से विद्युत ऊर्जा उत्पन्न की जाती है। जेनरेटर की शक्ति की गणना कीजिए (ऊर्जा ह्रास शून्य मानकर)
9. 1200 kg की 90 km h^{-1} चाल से जाती हुई कार ब्रेक लगाने पर 3 सेकन्ड में विराम की अवस्था में आ जाती है। गति मंदकों की औसत शक्ति की गणना कीजिए।
10. एक 400 ग्राम की 5 m s^{-1} के वेग से जाती हुई गेंद 600 ग्राम की विराम अवस्था में स्थित गेंद से प्रत्यास्थ संघट्ट करती है। संघट्ट के पश्चात गेंदों की चालों की गणना कीजिए।
11. एक 500 m/s के वेग से जाती हुयी 10 ग्राम की गोली एक 20 kg के लकड़ी के गुटके से टकराकर उसमें धंस जाती है।

(a) संघट्ट के बाद गुटके का वेग ज्ञात कीजिए।

(b) संघट्ट में कितनी ऊर्जा का क्षय होता है?

12. 6 kg की एक वस्तु क्षैतिज तल पर विराम की अवस्था में है। वस्तु पर एक 15N का क्षैतिज बल लगातार लगाया जाता है। वस्तु 10 सेकण्ड में 100 मीटर चलती है

(a) लगाया गया बल कितना कार्य करता है?

(b) 10 सेकण्ड के पश्चात ब्लॉक की गतिज ऊर्जा कितनी है?

(c) घर्षण बलों का परिमाण व दिशा क्या है (यदि कोई है)?

(d) गति के दौरान कितनी ऊर्जा का ह्रास होता है?

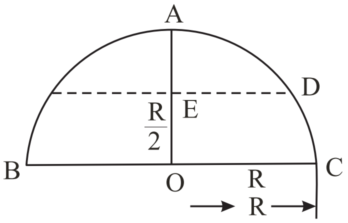
13. A, B, C और D अर्धगोलाकार उल्टे रखे हुए प्याले में चार बिंदु हैं। व्यास BC = 50 cm एक 250g का कण स्थिति A से चिकने तल पर फिसलना शुरु करता है। गणना करें

(a) B सापेक्ष A बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा

(b) बिंदु B पर चाल (निम्नतम बिंदु)

(c) बिंदु D पर गतिज एंव स्थितिज ऊर्जा

क्या आप पाते हैं कि गुटके की यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित रहती है? क्यों?



14. एक स्प्रिंग का बल नियतांक 400N/m है। स्प्रिंग को

(a) 6.0 cm खींचने में कितना कार्य करना पड़ेगा?

(b) $x = 4.0$ cm से $x = 6.0$ cm तक खींचने में, जहाँ $x = 0$ स्प्रिंग की शिथिल अवस्था है।

15. एक कार का द्रव्यमान 1000 kg है। यह विराम स्थिति से 3 सेकण्ड में 15 m s^{-1} की गति प्राप्त करती है। गणना करें:

(a) इंजन की औसत शक्ति

(b) कार पर इंजन द्वारा किया गया कार्य

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

6.1

1. बल हमेशा कण की गति की दिशा के लम्बवत कार्य करता है। अत: बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा?

2. (a) किया गया कार्य शून्य है। (i) जब विस्थापन शून्य है। (ii) जब बल और विस्थापन के बीच का कोण 90° है।
जब कोई द्रव्यमान क्षैतिज तल में चलता है तो गुरुत्व द्वारा किया कार्य शून्य होता है।

(b) जब एक वस्तु को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है तो गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होता है।

(c) जब वस्तु आरोपित बल की दिशा में गति करती है तो बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होता है।

3. (a) $W = mgh = 2 \times 9.8 \times 5 = +98$ J

(b) गुरुत्व द्वारा किया कार्य $= -98$ J

4. $\mathbf{F} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ $\quad \mathbf{d} = (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$

$W = \mathbf{F.d} \quad = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}).(-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$

$-2 + 6 = \mathbf{4}$

5. $\mathbf{F} = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ $\quad \mathbf{d} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$

(a) $|\mathbf{d}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$ m

(b) $|\mathbf{F}| = \sqrt{25+9} = \sqrt{34} = 5.83$ इकाई

(c) $W = \mathbf{F.d} \quad = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}).(3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$

$= 15 + 12 = 27$ J

6.2

1. स्प्रिंग नियतांक वह प्रत्यानयन बल है जो एक इकाई विस्थापन उत्पन्न करता है। अतः यह N m^{-1} में मापा जाता है।

2. $k = \dfrac{10\text{N}}{1\text{cm}} = \dfrac{10\text{N}}{1/100\text{m}} = 100$ N m

चूँकि $F = kx$, $x = 50$ cm विस्थापन के लिए किया गया कार्य $F = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ (0.5 m)

$= 50$ N.

$$W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times \frac{100\text{N}}{\text{m}} \times \frac{5}{100} \times \frac{5}{100}\ \text{m}^2$$

$= 1.25$ N m $= 1.25$ J.

6.3

1. $P = \dfrac{mgh}{t} = \dfrac{(100 \times 9.8 \times 8)}{10s}$ J $= 784$ W.

2. 10 H.P $= (10 \times 746)$ W $= \dfrac{10 \times 746}{1000}$ kW

$= 7.46$ kW

6.4

1. गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$. यह कभी भी ऋणात्मक नहीं होती क्योंकि

   (i) m कभी भी ऋणात्मक नहीं होता

   (ii) v^2 सदैव धनात्मक होता है।

2. (a) गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2 = E$

   जब v को $2v$ कर दिया जाता है तो गतिज ऊर्जा 4 गुना अर्थात् $4E$ हो जाती है।

   (b) जब m, $\frac{m}{2}$ हो जाता है तो E, $\frac{E}{2}$ हो जाती है।

3. स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}kx^2 = 3.6$ J

$$\therefore \quad x^2 = \frac{2\times 3.6}{\text{k}} = \frac{2\times 3.6}{180} = 0.04 \text{ m}$$

और $\quad x = 0.2$ m $= 20$ cm.

4. $v^2 = u^2 - 2as$, अंतिम वेग शून्य है एंव प्रारम्भिक वेग $\frac{90\text{ km}}{\text{h}} = 25\text{m s}^{-1}$

$$\therefore \frac{u^2}{2s} = a = \frac{25\times 25}{2\times 15} = 20.83 \text{ m s}^{-2}$$

$F = ma = 1000 \times 20.83 = 20830$ N.

शक्ति $= \frac{W}{t} = \frac{20830\times 15}{25} = 12498$ W

5. बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य $= 375$ J

   स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य $= -375$ J

6.5

1. (a) स्थितिज ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं,

   (b) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन $= mgh = 2 \times 9.8 \times 4 = 78.4$ J

   (c) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन $= 78.4$ J.

   (d) -78.4 J.

2. (a) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन $= mgh = 0.5 \times 9.8 \times 4 = 19.6$ J

   बिंदु B पर गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2 = 19.6$ J

$$v^2 = \frac{19.6\times 2}{0.5}$$

$v^2 = 78.4 \Rightarrow v = 8.85$ m s^{-1}

b) $v = 14 \text{ m s}^{-1}$

(c) $mgh = 0.5 \times 9.8 \times 10 = 49.0$ J (धनात्मक)

W = +49 J

3. BC = 2मीटर

$$\frac{AC}{BC} = \sin 30^\circ$$

$$AC = BC \sin 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

C से B तक परिवर्तन में स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$= mgh = 2 \times 9.8 \times 1 \quad = 19.6 \text{ J}$$

लेकिन B बिंदु पर गतिज ऊर्जा = 15.6 J

ऊर्जा ह्रास = 19.6 – 15.6 = 4J

यह ह्रास घर्षण बल के करण होता है।

$4\text{J} = F \times d = F \times 2$

$F = 2\text{N}$

4. जब एक सरल लोलक का गोलक आवर्त गति करता है तो $x = 0$ पर इसकी गतिज ऊर्जा अधिकतम और $x = x_m$ पर शून्य होती है।

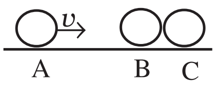
स्थितिज ऊर्जा $x = 0$ पर निम्नतम और $x = x_m$ पर अधिकतम होती है। अत: A स्थितिज ऊर्जा वक्र को दर्शाता है।

5. नहीं।

6.6

1. (a) नहीं, रेखीय संवेग संरक्षण के सिद्धांत के विपरीत है।

(b) हाँ

2. 

$v_A = 0,\ v_B = 0,\ v_C = v$

क्योंकि यही स्थिति (i) रेखीय संवेग संरक्षण और (ii) कुल गतिज ऊर्जा संरक्षण की शर्तें पूरी करती है।

3. $$v_{Af} = \frac{2m_B v_{Bi}}{m_A + m_B} + \frac{v_{Ai}(m_A - m_B)}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{2 \times 4 \times (-40)}{6} - \frac{50(-2)}{6}$$

$$= -\frac{320}{6} + \frac{100}{6}$$

$$= -\frac{220}{6}$$

$$= -35 \text{m s}^{-1}.$$

$$v_{Bf} = -\frac{2m_A v_{Ai}}{m_A + m_B} + \frac{(m_B - m_A) v_{Bi}}{(m_A + m_B)}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 50}{6} + \frac{(-40)(4-2)}{6}$$

$$= \frac{200}{6} - \frac{80}{6}$$

$$= \frac{120}{6} \quad = 20 \text{ m s}^{-1}.$$

अतः गेंद A, 35 m s^{-1} के वेग से वापस होती है और गेंद B, 20 m s^{-1} के वेग से आगे जाती है।

4. (a) 1.76 m s^{-1}.

   (b) 81 J and 1.58 J

   (c) अप्रत्यास्थ संघट्ट में

   (d) 79.42 J

5. हाँ, लेकिन दोनों गेंदों की संघट्ट से पहले एंव संघट्ट के बाद कुल ऊर्जा समान रहती है।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

5. 1 m.
6. 0.707 m
7. 21.6 kW
8. 1.2 MW
9. 125 kW
10. $\frac{1}{4}$ m s^{-1}, $\frac{19}{6}$ m s^{-1}

11. (a) 0.25 m s^{-1}

    (b) 1249.4 J

12. (a) 1500 J (b) 1200 J (c) 3 N गति की दिशा के विपरीत (d) 300 J

13. (a) 0.625 J (b) $\sqrt{5}$ m s^{-1} (c) 0.313 J

14. (a) 0.72 J (b) 0.4 J

15. (a) 37.5 kW (b) 1.25×10^5 J